Quelques petits êtres...

Denis Lorrain

SONVS
Conservatoire national supérieur de musique
3, Quai Chauveau
C.P. 120
69266 Lyon Cedex 09
FRANCE

tél. : (33) 72 19 26 23
fax : (33) 72 19 26 00
dlo@ubaye.cnsm-lyon.fr

***Résumé** : On ne peut que s'interroger sur l'essence des mathématiques, de la musique et de leurs rapports. Cependant, on peut naturellement utiliser des fonctions mathématiques pour façonner des matériaux musicaux. Des exemples de type stochastique illustrent ce propos.*

1. Introduction

Le titre de cette communication veut faire allusion à trois catégories de *petits êtres*.

D'abord nous, ici, petits êtres assis sur notre tesson refroidi du Big Bang, qui osons concevoir ces merveilles que sont les nombres, les mathématiques, la musique... et premiers étonnés de pouvoir en deviser.

Puis, les concepts mathématiques eux-mêmes, sortes d'*êtres* que nous découvrons, qui trouvent leur portée en dehors de nous, qui coïncident mystérieusement avec les structures de l'univers, à des profondeurs et des dimensions où nous comptons nous-mêmes pour moins que rien.

Enfin, plus prosaïquement, ce que sont en quelque sorte les logiciels informatiques que l'on nomme des *programmes-objets*, dont je parlerai brièvement ci-dessous : voire, des *êtres*, capables de se transmettre des caractères héréditaires, d'assimiler des informations, de réagir à certains stimuli extérieurs, etc.

2. Mathématiques, musique, réel

Derrière le thème *Mathématiques et musique*, il y a des interrogations plus vastes sur les rapports entre sciences et arts, connaissance et art. Peut-être, par son *abstraction* extrême, la musique est-elle particulièrement cruciale dans ces rapports. Ce que le philosophe Alain dit de la musique me semble mot à mot transposable aux mathématiques parmi les sciences :
"la musique est, de tous les arts, le plus propre à faire paraître [...] que l'idée [qu'elle exprime] n'est nullement séparable de l'œuvre, ni exprimable par des concepts. [...] Mais cette idée même, je ne l'exprime que métaphoriquement, l'idée restant distincte de la chose ; au lieu que la musique est cette idée même" [Alain 1963:350-351].

Mais pour le musicien, la musique est bien autre chose qu'une abstraction ! Et pour le mathématicien, les mathématiques ! Pourtant les mathématiques semblent "coller" aux arcanes du réel. Retrouve-t-on aussi la musique au coeur de l'univers ?

2.1. QVADRIVIVM

Il fut un temps où la musique était considérée sur un pied d'égalité avec les mathématiques pures et les sciences : arithmétique, astronomie, géométrie et musique constituaient ce fameux *quadrivium*, le *carrefour* des quatre voies de la connaissance.

Nous parlerons beaucoup dans ce colloque des mille manières dont les mathématiques peuvent *s'appliquer* à la musique, ou s'y *retrouver*, comme par hasard. Mais n'oublions pas d'abord que, par exemple, depuis Pythagore et jusqu'à Kepler en manière d'ultime avatar, les intervalles musicaux ont parfois été considérés comme la source même de notions mathématiques et d'extrapolations scientifiques et cosmologiques importantes [Robin 1973:84]. Pour demeurer plus terre à terre, réfléchissons aussi au fait que Guido d'Arezzo, si l'on y prend garde, avait mis au point un système de coordonnées cartésiennes !

Nous ne devons pas nous contenter d'examiner les *rapports* entre mathématiques et musique, ou d'apprendre comment les savants mathématiciens peuvent aider les artistes musiciens à comprendre ce qu'ils font ! Le rôle de la musique dans la présente discussion n'est pas tant lié à notre propre intérêt anecdotique pour cette discipline artistique, mais au fait qu'elle constitue une activité humaine *majeure*. Bien que le rôle de la musique dans le quadrivium ait certainement été très théorique, cette pluridisciplinarité presque millénaire me fait plutôt penser que mathématiques et musique ne sont en vérité que deux aspects d'une seule et même aventure de l'homme surnageant dans l'océan du réel.

2.2. Réel et mathématiques

On distingue deux pôles dans les rapports entre les mathématiques et la réalité [Thom 1982:255-256]. D'une part la sphère platonicienne de la *connaissance* ; d'autre part le domaine aristotélicien de *l'action*.

Pour cette dernière conception, la plus répandue dans notre tradition, les mathématiques sont l'outil essentiel des manipulations quantitatives, de la comparaison des rapports entre les choses. Pour paraphraser Galilée : "[on ne peut comprendre l'univers] si l'on n'apprend d'abord à connaître la [...] langue mathématique [dans laquelle il est écrit]" [Lévy-Leblond 1982:195]. On trouve, dans ce cas, un *rapport d'application* entre mathématiques et réel [*ibid*.:198]. Ce pôle correspond à l'âge classique des sciences et techniques, dans lequel les mathématiques servent de formalisation de notions relevant finalement du *bon sens* commun, et pratiquement explicables au moyen d'images et de raisonnements intuitifs.

Ainsi, la musique étant après tout une *chose* de plein droit, aussi bien que toute autre, il n'y a aucune raison qu'elle ne puisse se prêter à *mathématisation*. Les modèles acoustiques, diverses théories formelles simples de la tonalité, par exemple, la théorie des probabilités, etc., en sont des exemples. Rien n'est interdit, et je reviendrai sur ce terrain très concret.

Les mathématiques seraient donc un attirail commode pour chevaucher la réalité. Mais cette certitude répandue n'est pas univoque, car le réel ne *subit* pas les mathématiques ; il en *crée* tout autant. Comme exemple de cette réciprocité, je citerais la naissance du calcul différentiel et intégral, issue des "questions et suggestions venues du monde physique" [De Gandt 1982:190]. Les relations entre le réel et les mathématiques sont variables et fluctuent selon les époques. A la frontière entre réel et mathématiques, le concept de *continuité*, lié à l'exemple précédent, me semble aujourd'hui assez facilement saissable dans ses aspects géométriques et numériques simples par l'intuition de l'homme moyen. Mais qui sait ce qu'il en était pour les contemporains de Zénon d'Elée ? Pourtant ses fameux paradoxes soulevaient depuis près de deux mille cinq cents ans des questions très difficiles, même pour les mathématiciens contemporains [McLaughlin 1995 ; Moore 1995].

Jacques Lacan souligne la coïncidence entre la naissance de la théorie des probabilités, avec le Triangle de Pascal (1654), et l'invention par Huyghens de la première horloge "exacte" (1659) [Lacan 1978:343-344]. On sait que le calcul des probabilités permet d'optimiser la façon dont nous rencontrons les événements du monde qui nous entoure : rien de plus concret dans la plupart des cas ; pourtant on arrive par là à la notion d'*espérance mathématique*, qui est une abstraction complète pour le sens commun. D'autre part, la mesure du temps est une clef de la maîtrise du réel, depuis l'expérimentation à tout venant, jusqu'à la domination stratégique des mers du globe par le calcul des longitudes [Ronan 1988:464] ; mais le temps, substrat même de ce que nous sommes, est aussi bien l'une des entités cruciales des recoins les plus abstraits de la science et de la philosophie contemporaines [Hawking 1989]. Ces deux événements contemporains me semblent bien illustrer ce mélange d'abstraction et de concret, cet aller-retour constant entre les mathématiques et le réel.

On dit que les mathématiques modernes naissent avec Cantor et Peano en échappant aux structures géométriques régulières d'Euclide [Mandelbrot 1982:232-233, citant Freeman et

Dyson]. En effet, les mathématiques classiques dont nous venons de parler ci-dessus, déjà ambiguës dans leurs relations avec le réel, se limitaient à une frange restreinte de la réalité, régulière, choisie à dessein. La "vraie" réalité, elle, est encore plus fertile en modèles mathématiques [Pont 1982:224] ! Paradoxalement, les mathématiques modernes, à certains égards de plus en plus abstraites, parce qu'elles échappent à notre intuition tridimensionnelle, en insérant, par exemple, des êtres mathématiques "monstrueux" dans des *dimensions fractionnaires*, n'en révèlent pas moins des structures très familières : "la nature ne cesse de révéler que maintes [des créations] les plus libres [des mathématiciens] lui étaient familières depuis toujours" [*ibid.*:229,238].

On connaît aussi l'étonnement des physiciens eux-mêmes devant la mystérieuse coïncidence que l'on constate entre les mathématiques et les structures de l'univers :
"Par une harmonie singulière, les besoins de l'esprit, soucieux de construire une représentation adéquate du réel, semblent avoir été prévus et devancés par l'analyse logique et l'esthétique abstraite du mathématicien" [Paul Langevin, cité dans Lévy-Leblond 1982:195-196].

Il existerait donc aussi un *rapport constituant* [*ibid.*:199] entre le réel et les mathématiques, opérant au niveau des concepts mêmes, et non plus seulement de la quantification des rapports entre les choses matérielles. Ainsi, non seulement les mathématiques *s'appliquent* au réel, mais en outre elles le *constituent* lui-même, aux niveaux les plus profonds. C'est même "par la nature de son rapport aux mathématiques, par le rapport constitutif qu'elles y jouent" que Jean-Marc Lévy-Leblond distingue la physique fondamentale des autres sciences de la nature [*ibid.*:207].

On peut rapprocher l'antique pensée pythagoricienne, selon laquelle les nombres sont "ce dont les choses proviennent et à quoi elles retournent, leurs causes immanentes et leur substance" [Robin 1973:79], de cette phrase d'Einstein : "Le principe véritablement créateur se trouve dans les mathématiques" [Einstein 1958:152].

Au pôle platonicien que nous évoquions ci-dessus, on trouverait donc des mathématiques "plus vraies" que le réel, beaucoup plus proches de l'essence insaisissable des choses que tout ce que nous pouvons en deviner par les sens et l'intuition. Niels Bohr aurait dit : "Quiconque contemple la mécanique quantique sans vertige ne l'a sans doute pas bien comprise !" [Lloyd 1995:45]. Plus nous approfondissons notre connaissance du réel, plus il devient mathématique, c'est-à-dire abstrait, gratuit, *esthétique* comme le disait Langevin.

2.3. Sciences et arts

On suit facilement, depuis la Renaissance, des évolutions parallèles entre arts et sciences.

Dans l'atmosphère néo-platoniciennce du *quattrocento*, des hommes comme Luca Pacioli, Alberti, Léonard de Vinci, considéraient la *connaissance* comme la condition préalable de toute action, et donc de la création artistique. Essentiellement pluridisciplinaire, cette époque valorisait l'art par la science [Blunt 1956]. Cet idéal platonicien s'exerçait dans le cadre paradoxalement aristotélicien des débuts de la recherche scientifique, du quadrillage systématique du réel que l'Occident entreprenait alors.

On en trouve un exemple dans l'application universelle de la notion de proportion arithmétique. Alberti, parmi de multiples auteurs depuis Vitruve, y voit une règle essentielle, et expose très explicitement des équivalences de rapports entre musique, architecture, anatomie [*De re ædificatoria*, Livre IX]. Héritée de la plus haute antiquité, cette idée très pratique et fructueuse, cette méthode de travail, se retouve constamment dans tous les aspects de la création humaine. Diderot rattachait directement l'esthétique à cette notion même. On connaît l'extraordinaire fortune de la *raison dorée*, depuis l'Egypte ancienne, en passant par Mondrian ou LeCorbusier, jusqu'à la synthèse par modulation de fréquence dans *Stria* de John Chowning (1977) [Bouleau 1963 ; Ghyka 1959 ; Neveux 1995]. On voit aussi cette relation entre arts et sciences dans la perspective linéaire, pendant pictural de la maîtrise mathématique de l'espace par la géométrie et la trigonométrie : "on passe de l'espace-agrégat à l'espace-système dans une combinatoire où l'art et la spéculation mathématique se rejoignent" [Panofsky 1976].

L'abandon définitif du réconfort de la cosmologie géocentrique, au profit d'un système héliocentrique s'ouvrant sur l'infini, pousse ensuite l'art vers les distorsions spatiales du Baroque, selon [Eco 1965:122]. Encore plus tard, par exemple, Delacroix remarque dès 1849 la nature fractale de nombreux phénomènes d'ordre minéral, fluide ou végétal [Lévi-Strauss 1993:83-84]. Les remises en question de l'espace par Bergson en 1888, et simultanément par la topologie et les géométries non euclidiennes (Cantor, Peano et Koch, à partir de 1884), dans la seconde moitié du XIX^e siècle, ainsi que la pénétration de la physique à l'intérieur même de la matière et des rayonnements, remettant en cause toute intuition perceptive, sont à mettre en relation avec l'impressionnisme, avec la révolution visuelle apportée par Cézanne jusqu'à la naissance du cubisme, voire de l'abstraction. Seurat appuyait sa démarche sur les théories de Chevreul et de Rood [Pont 1982]. Kandinsky s'intéressait aux nouvelles théories de la matière, de Niels Bohr en particulier. Paul Klee se réjouissait de découvrir un champ de "recherches exactes dans l'art", tout en enviant la musique d'avoir déjà exploré cette possibilité depuis le XVIII^e siècle [Klee 1977:48].

De multiples exemples montrent que les sciences et les arts cheminent ainsi de concert, les uns devançant parfois les autres, certes, mais sur une voie commune. Cependant, comme la perspective, outre son aspect *linéaire*, géométrique et objectif, comportait la part impalpable de la perspective *aérienne*, du *sfumato* si cher à Léonard de Vinci, l'art a toujours été considéré comme un *surcroît* mystérieusement adjoint aux qualités objectives et aux liens que je viens de montrer avec la réalité culturelle globale d'une époque.

Quand Diderot affirme que le beau consiste en la perception de rapports, il n'a rien dit de la nature réelle de ces rapports. Panofsky souligne que la perspective est bien un facteur de *style*, mais non de *valeur*, bien entendu. Klee tient à noter qu'"on ne saurait malgré tout remplacer entièrement l'intuition" [Klee 1977:49]. Même Vantongerloo, dans le concert dangereusement positiviste de *Cercle et carré*, reconnaît la primauté d'une espèce d'inspiration conceptuelle à la source de la création [Seuphor 1971:88-89].

Umberto Eco décrit bien cette métamorphose jaillie de l'art sur la base d'un terrain culturel commun :

"l'art a pour fonction non de *connaître* le monde, mais de produire des *compléments* du monde : il crée des formes autonomes s'ajoutant à celles qui existent, et possédant une vie, des lois, qui leur sont propres.
Mais si une forme artistique ne peut fournir un substitut de la connaissance scientifique, on peut y voir en revanche une *métaphore épistémologique* : à chaque époque, la manière dont se structurent les diverses formes d'art révèlent [...] la manière dont la science ou, en tous cas, la culture contemporaine voient la réalité" [Eco 1965:28].

En dépit de toutes les rencontres, il semble rester néanmoins une différence irréductible entre arts et sciences, que j'illustrerais par un dernier exemple, tiré à dessein du domaine scientifique, mais avec l'intention de le transposer brutalement à la transcendance de l'art, pour montrer qu'il n'y a, en vérité, pas de différence. Ce *surcroît*, n'est-ce-pas ce qui a fait défaut à Poincaré par rapport à Einstein dans la conception de la théorie de la relativité ? Le premier était beaucoup mieux outillé, mathématiquement, pour résoudre la difficulté ; on dit qu'il est passé plusieurs fois à un cheveu de réussir. Mais c'est Einstein, le cadet, qui a eu l'intuition phénoménale, ou la naïveté sublime, de remettre en question le temps lui-même, crevant ainsi la paroi de la bulle...

Daniel Parrochia s'interroge ainsi sur "ce qui reste quand on a enlevé de la réalité tous les artefacts qui s'efforcent de la contenir [...]. En deçà des relations quantitatives, mais aussi des relations d'ordre, des structures topologiques, que reste-t-il ? ... A quoi correspond, mathématiquement, ce surplus, ce superflu ?" [Parrochia 1991:179].

2.4. Mathématiques et musique face au réel

Ne serait-ce que pour les professionels, la musique, les arts en général sont, somme toute, des réalités comme les autres : pourquoi ne seraient-elles pas, dans la même mesure que tout le reste, mathématisables ?

Mais on peut tirer encore beaucoup plus de cette constatation objective en l'inversant. La physique fondamentale en est aujourd'hui à un tel degré d'abstraction que l'on peut dire que nos idées mathématiques "créent le monde"

[Castello et Zartarian 1994]. Les mathématiques ne nous apprennent peut-être rien sur le monde lui-même, mais elles *sont* certainement la façon dont *nous*, nous pouvons l'appréhender. Si les mathématiques nous dévoilent quelque chose sur des aspects du cosmos, pourquoi nous en donneraient-elles moins sur la musique ? N'en fait-elle pas partie ?

La musique est, sans doute, abstraite, ambiguë "parce qu'elle est à la fois l'amour intellectuel d'un ordre et d'une mesure supra-sensibles, et le plaisir sensible qui découle de vibrations corporelles" [Deleuze 1977:174]. Ordre très abstrait, et tout à la fois plaisir très sensuel, quasi onirique : la musique existe bien, sans même parler de son support acoustique, tout autant que ma perception d'une bille roulant sur une pente, d'un électron ou d'une galaxie, d'une structure linguitique, picturale, architecturale, etc. La première question est bien de savoir pourquoi les mathématiques sont utiles à tout cela ? Mais, aussi bien que tout cela ne se réduit pas *entièrement* aux mathématiques, qu'il y a toujours quelque chose qui y échappe, l'autre grande question est donc : en quoi consiste la part non mathématique de la musique, mais aussi de la physique, et ainsi de suite ?

Les mathématiques sont certainement utiles à la musique, et l'inverse peut aussi être vrai. Mais l'essentiel me semble tout simplement que l'homme *est* mathématicien, *et* musicien, *et* tant d'autres choses... Nous nageons quotidiennement dans les manifestations de notre esprit. Musique et mathématiques se rejoignent dans leur source commune : notre tentative infinie d'appréhender le réel, ses merveilles et ses dangers.

3. *Eppure andiamo...*

Le débat sur les mathématiques et la musique ne me semble pas différent de celui sur les rapports entre les mathématiques et le réel, que l'on poursuit depuis Pythagore jusqu'à la (méta)physique contemporaine. C'est dire si je ne prétends pas le clore ici...

Il n'en demeure pas moins que les concepts mathématiques, comme ils s'avèrent utiles dans notre besoin vital d'agir sur le monde, peuvent être appliqués très concrètement à la musique.

3.1. Le piège techno

J'espère avoir montré qu'il existe, sur la base de relations complexes et fondamentales, une *connivence* normale et saine entre arts et sciences, ainsi que technologie bien sûr. On en trouve des exemples très divers dans les ouvrages aujourd'hui classiques d'Abraham Moles, ou quantité d'ouvrages plus récents [Moles 1971 ; Chirollet 1994 ; Assayag et Cholleton 1995 ; etc.].

Je voudrais cependant, avant de procéder à des démonstrations concrètes, affirmer clairement que l'utilisation d'une technologie actuelle et d'outils mathématiques, qui n'est d'ailleurs pas une innovation de l'époque contemporaine, n'a rien que de tout-à-fait *naturel*. J'entends non seulement qu'il n'y a là rien d'incongru, mais aussi qu'aucun alibi technique ne doit tendre à justifier une démarche artistique.

Notre époque matérialiste conserve parfois paradoxalement intact un archétype de l'inspiration romantique complètement suranné. La vieille dichotomie sensibilité/positivisme que décrit Michel Henry [Henry 1987] ne me semble être d'actualité que dans des caricatures médiatiques de la création artistique, et ne pas résister à la compréhension véritable d'une démarche créatrice. Je citerais encore Delacroix pour illustrer l'unité fondamentale entre arts et sciences. Ce peintre n'est tout de même pas un positiviste ! Et cette remarque est d'autant plus intéressante ici qu'elle est prononcée à propos de Chopin :
"[La compréhension de sa musique] m'a donné une idée du plaisir que les savants, dignes de l'être, trouvent dans la science. C'est que la vraie science n'est pas ce que l'on entend ordinairement par ce mot, c'est-à-dire une partie de la connaissance différente de l'art. Non, la science envisagée ainsi [...] est l'art lui-même, et par contre l'art n'est plus alors ce que croit le vulgaire, c'est-à-dire une sorte d'inspiration qui vient de je ne sais où, qui marche au hasard, et ne présente que l'extérieur pittoresque des choses" [Delacroix 1943:107].

A l'autre extrême, l'art n'a pas à s'appuyer sur la science pour se justifier. Même si nous les qualifions souvent d'*expérimentales*, la prétention de certaines de nos productions à l'état de *musique* n'en demeure pas moins une lourde responsabilité... qui reste malheureusement parfois mal mesurée !

Tout comme les rapports entre la musique et son environnement doivent donc se fonder sur l'unité d'une démarche créatrice équilibrée, ils ne peuvent s'établir que librement. Dominique Lecourt met ainsi en garde contre les courants actuels de l'"injonction technologique" :
"Lorsqu'il est dit, non sans pathos, que les artistes *doivent* s'emparer des nouvelles technologies, pour éviter que ne se creuse l'écart entre eux et «notre» monde, n'en vient-on pas à accréditer deux thèses essentielles : que le caractère propre de «notre» monde serait d'être technologique *—ce qui ne va nullement de soi* ; que la fonction de l'art serait de préserver l'harmonie des êtres humains avec leur monde *—ce qui ne va non plus nullement de soi*" [Lecourt 1995:8].

3.2. Exemples appliqués

Le travail présenté ici est implémenté en *Common LISP* [Steele 1990]. La programmation par objets est basée sur le *Common LISP Object System* [Bobrow *et al.* 1990]. Son fonctionnement s'appuie sur le *Common LISP Compositional Environment* (*CLCE*) [Letz *et al.* 1992], qui est une prolongation de Common LISP, proposant, outre un environnement pour la composition musicale, des outils spécifiques pour la gestion d'événements MIDI et du temps-réel. Afin de réaliser cette fonctionnalité, CLCE repose lui-même sur *MidiShare* [MidiShare 1994], un noyau logiciel multi-tâches et temps-réel, et propose un ensemble de primitives permettant de piloter chronologiquement, non seulement l'émission et la réception d'événements MIDI, mais, beaucoup plus généralement, et surtout pour ce qui concerne les exemples suivants, l'évaluation de toute forme LISP [Letz *et al.* 1992 : 94-96, 104, 106].

On peut utiliser différentes formes LISP, permettant de gérer des boucles répétitives, afin de réaliser en temps réel le déroulement d'un ou plusieurs processus simultanés. Je me suis arrêté à une solution mettant en œuvre des classes d'*objets* basés sur le mécanisme d'appels récursifs à une fonction temporaire locale, temporisés par recours à MidiShare.

Il s'agit ensuite d'insérer, dans le corps d'une telle boucle récursive, les évaluations visant à faire évoluer un processus, d'étape en étape, dans le temps. Ce processus peut consister lui-même en une séquence de formes LISP quelconques ou, à titre d'exemples musicaux bien caractérisés, en la création algorithmique d'une ligne mélodique, au sens large.

Les objets que je présente sont ainsi arrimés au temps-réel par des appels différés de procédures faisant évoluer progressivement un processus, d'étape en étape, dans la durée. Le processus comprend bien entendu lui-même, entre autres actions, le calcul de son propre temps d'attente avant sa prochaine réactivation.

Dans la majorité des exemples suivants, je fais intervenir une librairie de fonctions stochastiques [Lorrain 1980] et chaotiques [littérature pléthorique, travaux personnels et Bidlack 1992].

Ces outils permettent de *modeler* ou *mouler*, de *former* ou *profiler* des processus musicaux. Leur utilisation permet de créer des textures, des *objets musicaux* plus ou moins typés, d'une manière semblable à celle d'un architecte dessinant des contours de masses, à l'intérieur desquels des matériaux de qualité déterminée seront coulés ultérieurement.

D'une certaine façon, on peut considérer les approches stochastiques et chaotiques comme équivalentes. Il en est ainsi, en tous cas, du point de vue du principe algorithmique, consistant ici à faire avancer par étapes discrètes la définition récursive d'une ou plusieurs variables. Cependant, les différentes fonctions stochastiques utilisées dans ces exemples remplissent un rôle plutôt *synthétique*, permettant, comme je viens de le suggérer, de former globalement une *gestalt* par délimitation de son contour. Au contraire, l'utilisation d'une fonction chaotique est motivée par une approche plutôt *analytique*, dans laquelle l'élaboration du global passe par une attention fine portée aux subtilités et au contrôle des détails constituants. L'intérêt particulier du chaos, dans ces applications, est de fournir une possibilité d'exploitation de la frontière séparant de manière peu précise le déterminisme de l'aléatoire.

Bien que j'aie indiqué que ces processus sont essentiellement capables d'un comportement *rythmique*, en calculant eux-mêmes leurs intervalles successifs d'attente temps-réel, je ferai entendre, paradoxalement, plusieurs exemples basés sur des *ostinati* rythmiques monotones ; mais je le ferai pour mettre en évidence d'autres aspects plus pertinents des possibilités de modelage de la matière musicale. Pour la même raison, certains exemples ne mettront en œuvre qu'un seul processus à la fois.

3.2.1. Mélodie grise

Ce processus mélodique est "aléatoire" au sens le plus banal : on peut le qualifier de *gris*. Les hauteurs (entre valeurs MIDI 53 et 84), les vélocités (entre 10 et 120) et les fluctuations rythmiques (intervalles entre notes légèrement fluctuants, allant de 70 à 170 msec.) sont tous régis par des *distributions continues uniformes* faisant part égale à toutes probabilités. Cet exemple pourrait aussi bien être qualifié de *blanc*, puisque cette distribution correspond au spectre du bruit blanc.

3.2.2. Trémolo varié accentué

Pour illustrer la possibilité de modeler des processus beaucoup plus typés, voici une sorte de trémolo varié autour d'une note principale. Les excursions de part et d'autre de la note centrale 69 obéissent à une *première distribution de Laplace* (ou exponentielle bilatérale, avec un coefficient de dispersion 0.65). Les vélocités, variées en fonction d'une *distribution Beta* (coefficients 0.125 et 0.25, pour des vélocités entre 20 et 120), créent un rythme stochastique d'accents très marqués sur le fond monotone tendu par la vitesse constante du trémolo (5 notes/sec.).

3.2.3. Trémolo à dispersion variable

Deux processus simultanés produisent ici une variante du trémolo précédent. Encore à vitesse constante, mais cette fois sans accents marqués (*distribution continue uniforme* des vélocités entre 60 et 120), je joue ici, autour de la note centrale, sur la dispersion variable des hauteurs. Celles-ci sont gérées par une *distribution de Gauss* dont l'écart type est modifié graduellement par un second processus d'interpolation linéaire lancé simultanément (allant de 0 à 6, et retournant à 0).

3.2.4. "Improvisation"

Cet exemple est plus élaboré : sa description exhaustive n'est pas possible ici, et la brièveté des extraits présentés ne rend pas justice à l'ensemble des processus en action, qui ne s'affirment clairement que dans une certaine durée. Les hauteurs et les rythmes sont gouvernés par un "moteur" *chaotique* (*fonction logistique* de May-Feigenbaum). Le coefficient permettant de piloter cette fonction vers des cycles déterminés ou vers des plages de comportement aléatoire, varie de temps à autre. Les accents proviennent encore de l'utilisation d'une *distribution Beta* des vélocités.

Plusieurs autres processus simultanés agissent en outre sur le comportement du processus principal qui configure ainsi le résultat final audible, en faisant varier, à des intervalles de temps indépendants, des paramètres de phrasé, d'intensité globale, d'accentuation, de registre principal, etc.

4. Conclusion

Pour conclure, j'aimerais partir d'une petite remarque incidente de Benoît Mandelbrot, qui me semble tout contenir en raccourci : "les courbes [...] de Peano ne peuvent être des monstres, car *elles ont l'utilité d'être belles*" [Mandelbrot 1982:233].

Tout se rejoint, car notre monde est constitué de mathématiques concrétisées, tandis que l'art n'est rien d'autre que de l'intelligence et de l'émotion concrétisées dans le monde sensible. D'un côté les mathématiques et la musique, deux émanations de notre esprit, sont aussi proches l'une que l'autre de l'essentiel ; de l'autre, plus profondément encore, les mathématiques et la musique sont toutes deux des manifestations de l'essentiel même. D'un côté, Cézanne dit que peindre, c'est "penser avec les yeux". De l'autre, Klee écrit :
"C'est la nature elle même qui crée par l'intermédiaire de l'artiste ; la même puissance mystérieuse qui a modelé les formes magiques des animaux préhistoriques et la féérie de la faune sous-marine se manifeste dans l'esprit de l'artiste et préside à la formation de ses créatures" [Pont 1982:223, d'après Gombrich:323].
Rien de différent pour ce qui concerne la musique.

Un des apports de notre époque aura été, en se libérant de certains préjugés, aussi bien romantiques que positivistes, on ne peut plus vulgaires et superficiels, de retrouver l'unité qu'avaient approchée des périodes antérieures —par exemple la Renaissance. L'art et la science sont deux aspects de la même démarche, sans supériorité ni subordination de

l'un par rapport à l'autre. En parlant d'Albert Lautman, Maurice Loi écrit :
"[Il] pensait que l'amour, la poésie, la contemplation d'oeuvres d'art, les mathématiques sont une seule et même chose, plus réelle que ce qu'on croit être le réel ; il croyait [...] à l'unité de l'intelligence et de la culture" [Loi 1982:8].
Ainsi sommes-nous enlevés par la même émotion devant les *stanze* de Raphaël, la théorie de la relativité, l'horloge astronomique de Strasbourg, l'*Offrande musicale,* un amas galactique...

Références

[Alain 1963] Alain, *Système des beaux-arts*, Paris, Gallimard.

[Assayag et Cholleton 1995] Assayag, Gérard, et Cholleton, Jean-Pierre, "Musique, nombres et ordinateurs" *La recherche*, 278:804-809.

[Bidlack 1992] Bidlack, Rick, "Chaotic Systems as Simple (but Complex) Compositional Algorithms", *Computer Music Journal*, 16(3):33-47.

[Blunt 1956] Blunt, Antony, *La théorie des arts en Italie de 1450 à 1600*, Paris, Gallimard.

[Bobrow *et al.* 1990] Bobrow, Daniel G., Demichiel, Linda G., Gabriel, Richard P., Keene, Sonya E., Kiczales, Gregor, et Moon, David A., "Common LISP Object System" *in* [Steele 1990:770 *sq.*].

[Bouleau 1963] Bouleau, Jacques, *Charpentes : la géométrie secrète des peintres*, Paris, Seuil.

[Castello et Zartarian 1994] Castello, Martine, et Zartarian, Vahé, *Nos pensées créent le monde : comment les sciences de pointe conduisent à une nouvelle métaphysique*, Paris, Robert Laffont.

[Chirollet 1994] Chirollet, Jean-Claude, *Esthétique et technoscience*, Liège, Mardaga.

[De Gandt 1982] De Gandt, François, "Mathématiques et réalité physique au XVII^{e} siècle", *in Penser les mathématiques*:167 *sq*.

[Delacroix 1943] Delacroix, Eugène, *Journal*, éd. abrégée, Genève, La Palatine.

[Deleuze 1977] Deleuze, Gilles, *Le pli : Leibnitz et le Baroque*, Paris, Minuit (Coll. Critique).

[Eco 1965] Eco, Umberto, *L'œuvre ouverte*, Paris, Seuil (Coll. Pierres vives).

[Einstein 1958] Einstein, Albert, *Comment je vois le monde*, Paris, Flammarion.

[Ghyka 1959] Ghyka, Matila, *Le nombre d'or : rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale*, Paris, Gallimard.

[Gombrich] Gombrich, E. H., *L'art et son histoire*, Paris, Le livre de poche.

[Hawking 1989] Hawking, Stephen W., *Une brève histoire du temps : du Big Bang aux trous noirs*, Paris, Flammarion.

[Henry 1987] Henry, Michel, *La barbarie*, Paris, Grasset.

[Klee 1977] Klee, Paul, *Théorie de l'art moderne*, Genève, Denoël Gonthier (Coll. Médiations).

[Lacan 1978] Lacan, Jacques, *Le séminaire : livre II*, Paris, Seuil.

[Lecourt 1995] Lecourt, Dominique, "L'injonction technologique", *Culture et recherche*, 56, Paris, Ministère de la culture.

[Letz *et al.* 1992] Letz, S., Merlier, B., et Orlarey, Y., *CLCE, version 4b*, Lyon, GRAME.

[Lévi-Strauss 1993] Lévi-Strauss, Claude, *Regarder, écouter, lire*, Paris, Plon.

[Lévy-Leblond 1982] Lévy-Leblond, Jean-Marc, "Physique et mathématiques", *in Penser les mathématiques*:195 *sq*.

[Lloyd 1995] Lloyd, Seth, "Les ordinateurs quantiques" *Pour la science*, 218:44-50.

[Loi 1982] Loi, Maurice, "Introduction", *in Penser les mathématiques*.

[Lorrain 1980] *Une panoplie de canons stochastiques*, Paris, Centre Georges Pompidou (Rapport IRCAM 30/80). Aussi disponible : "A Panoply of Stochastic 'Cannons'", *Computer Music Journal*, 4(1):53-81, et *in* Curtis Roads, éd., *The Music Machine: Selected Readings* *from Computer Music Journal*, Cambridge, MIT Press:351-379.

[Mandelbrot 1982] Mandelbrot, Benoît, "Des monstres de Cantor et Peano à la géométrie fractale de la nature", *in Penser les mathématiques*:226 *sq*.

[McLaughlin 1995] McLaughlin, William, "La résolution des paradoxes de Zénon", *Pour la science*, 207:86-92.

[MidiShare 1994] *MidiShare Developer Documentation, version 1.68*, Lyon, GRAME.

[Moles 1971] Moles, Abraham, *Art et ordinateur*, Casterman (Coll. Synthèses contemporaines).

[Moore 1995] Moore, A. W., " Une brève histoire de l'infini", *Pour la science*, 212:78-83.

[Neveux 1995] Neveux, Marguerite, "Le mythe du nombre d'or", *La recherche*, 278:810-816.

[Panofsky 1976] Panofsky, Erwin, *La perspective comme forme symbolique*, Paris, Minuit.

[Parrochia 1991] Parrochia, Daniel, *Mathématiques et existence : ordres, fragments, empiétements*, Seyssel, Champ Vallon (Coll. Milieux).

Penser les mathématiques : séminaire de philosophie et mathématiques de l'Ecole normale supérieure, Paris, Seuil, 1982 (Coll. Points sciences).

[Pont 1982] Pont, Jean-Claude, "Peinture et géométrie au XIX^{e} siècle", *in Penser les mathématiques*:211 *sq*.

[Robin 1973] Robin, Léon, *La pensée grecque et les origines de l'esprit scientifique*, Paris, Albin Michel.

[Ronan 1988] Ronan, Colin, *Histoire mondiale des sciences*, Paris, Seuil.

[Seuphor 1971] Seuphor, Michel, éd., *Cercle et carré*, Paris, Bellefond (Coll. Art-action-architecture).

[Steele 1990] Steele, Guy L. Jr., *Common LISP: The Language*, Digital Press.

[Thom 1982] Thom, René, "Mathématique et théorisation scientifique", *in Penser les mathématiques*:252 *sq*.