CONSTRUCTION DES FOYERS D'UNE ELLIPSE

A. El Kacimi

Problème. *Soit $\mathcal{E}$ une ellipse (qui n'est pas un cercle) dont on ne connaît que le tracé. Construire géométriquement (à la règle et au compas) ses deux foyers.*

• Soient KK' et LL' deux cordes parallèles de $\mathcal{E}$ et ω et δ leurs milieux respectifs. La droite $(\omega\delta)$ coupe $\mathcal{E}$ en deux points R et S. Le centre de l'ellipse est alors le milieu O du segment $[RS]$. En effet, l'affinité (orthogonale) qui envoie $\mathcal{E}$ sur son cercle principal Γ envoie KK' et LL' sur deux cordes parallèles K_1K_1' et L_1L_1' de Γ et les points ω et δ sur les milieux ω_1 et δ_1 respectivement de K_1K_1' et L_1L_1' ; par suite la droite $(\omega_1\delta_1)$ passe par le centre de Γ et donc $(\omega\delta)$ (c'est aussi la droite (RS)) passe par le centre de l'ellipse qui donc n'est rien d'autre que O.

• Maintenant qu'on a construit le centre O de l'ellipse $\mathcal{E}$, on va construire ses foyers. On trace un cercle centré en O et passant par K (ou par tout autre point de $\mathcal{E}$) ; il coupe $\mathcal{E}$ en trois autres points U, V et W (*cf.* dessin ci-dessous). Comme K, U, V et W sont équidistants du centre O de l'ellipse, U est le symétrique de K par rapport au premier axe, V est le symétrique de U par rapport au second axe et W est le symétrique de V par rapport au premier axe. On en déduit que les deux axes de $\mathcal{E}$ sont les médiatrices des segments $[KU]$ et $[VW]$ (voir dessin). Ces médiatrices coupent $\mathcal{E}$ respectivement en A, A' et B, B' : $[AA']$ est l'un des axes (dont supposera qu'il est le grand sinon on échange les notations) et $[BB']$ est le petit axe. Pour finir, on trace le cercle de centre B et de rayon $\rho = OA$; il coupe le segment $[AA']$ en deux points F et F' qui sont les foyers cherchés. $\diamondsuit$