Exercice 1

Soit la fonction f définie par $f(x)=x\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$.

1. Déterminer le domaine de définition D de f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$. Que peut-on en déduire ?
3. Donner l'ensemble de définition de la fonction dérivée de f, et calculer cette dérivée.
4. Etudier le signe de f '. En déduire le tableau de variation de f.
5. Donner une équation de la tangente à la courbe au point O.
6. Représenter graphiquement f.

Exercice 2

Le but de l'exercice est l'étude de $f(x)=x+\sqrt{|x^2-1|}$.

1. Montrer que : si $|x|>1, f'(x)=\dfrac{f(x)}{\sqrt{x^2-1}}$, et si $|x|<1, f'(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$.
2. Si x>1, montrer que f(x)>0. Si x<-1, en utilisant que $\sqrt{x^2-1}<|x|$, montrer que f(x)<0.
3. Résoudre, sur $[-1;1]$, $\sqrt{1-x^2}\geq x$. En déduire que, sur $]-1;1[$, f '(x) s'annule et change de signe pour $\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. Montrer que $f(\alpha)=2\alpha$.
4. Montrer que, au point d'abscisse 1, la courbe admet une tangente verticale. (on distinguera les cas 1^+ et 1^-)

On admettra qu'il en est de même au point d'abscisse -1.

5. Calculer la limite de f en $-\infty$. Montrer que la droite d'équation y = 2x est asymptote à la courbe en $+\infty$.
6. Faire le tableau de variations et construire soigneusement la courbe.

Exercice 3

Le but de l'exercice est l'étude de $f(x)=\sqrt{|x^2-4x-12|}$.

1. Comparer f(2+x) et f(2-x), pour tout x. Interpréter géométriquement ce résultat.
2. Etudier la dérivabilité de f en 6.
3. Etudier les variations de f.
4. Vérifier que la droite D1 d'équation $y = x - 2$ est asymptote à la courbe. Déterminer l'intersection de D1 avec la courbe.
5. A l'aide de 1., déterminer une autre asymptote D2, ainsi que son intersection avec la courbe.
6. Tracer la courbe. Sur l'intervalle $[-2;6]$, reconnaître la nature de la courbe.