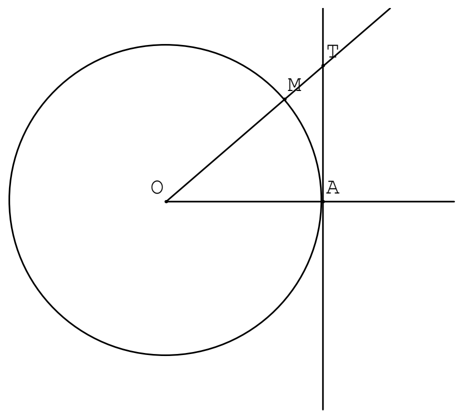
**Exercice 1**




Soit x un réel appartenant à $\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$ . On considère, sur le cercle trigonométrique *C* de centre O, un point A et le point M tel que x soit une mesure en radians de $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OM})$. La droite (OM) coupe la tangente à *C* en A au point T. On désigne par A1, A2 et A3 les aires respectives du triangle OAM, du secteur angulaire OAM et du triangle OAT.

1. Montrer que 2A1 = sin x, 2A2 = x et 2A3 = tan x.
2. En déduire que, pour tout $x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right[$, $0 \leq \sin x \leq x \leq \tan x$.
3. Montrer que, pour tout $x \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$, $0 < \cos x \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1$. En déduire $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\sin x}{x} = 1$.
4. En utilisant que $x \mapsto \frac{\sin x}{x}$ est une fonction paire, conclure que $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$.

**Exercice 2**

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{-x^3+x^2-1}{x^2+1}$ et *C* sa courbe représentative dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que $f(x) = -x+1+\frac{x-2}{x^2+1}$. En déduire que la droite D d'équation $y=-x+1$ est asymptote à C au voisinage de $\pm\infty$.
2. Etudier la position de C par rapport à D.
3. Calculer f '(x) et montrer que $f'(x) = -\frac{x(x-1)(x^2+x+4)}{(x^2+1)^2}$. Etudier le signe de f '(x).
4. Faire le tableau de variations.
5. Donner une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2.
6. Construire C et la droite D.