Exercice 1. Résoudre :

$$\begin{cases} -2a+b-c+d=3 \\ a-2b+c-2d=7 \\ 3a+2c+d=5 \\ 2a-b+2c-2d=15 \end{cases}$$

Exercice 2. Résoudre : $(x-1)^2-6|x-1|+5=0$.

Exercice 3. Démontrer que pour tout $x\in[0;1]$, $|8x^2-8x+1|\leq 1$.

Exercice 4. Factoriser : $P(x)=2x^4-x^3-14x^2-5x+6$.

Exercice 5. Résoudre le système en faisant intervenir S = x + y et P = xy.

$$\begin{cases} x^2+y^2=xy+27 \\ \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Exercice 6. Résoudre : $\sqrt{3-x}-\sqrt{3+x}>\frac{1}{2}$.

Exercice 7. Pour tous réels a et b, montrer que : $ab\leq\left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

Soit x_1, x_2, x_3 et x_4 quatre nombres réels tels que $x_1+x_2+x_3+x_4=1$.

Montrer que : $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_1\leq\frac{1}{4}$.

(on pourra écrire $x_1x_2+x_2x_3+x_3x_4+x_4x_1=x_1(x_2+x_4)+x_3(x_2+x_4)$)

Exercice 8. 1) Développer $y(x-z)^2+z(x-y)^2+x(y-z)^2$.

2) Soit x, y et z trois réels strictement positifs, montrer que :

$$(x+y+z)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z})\geq 9.$$

3) Soit a, b et c trois réels strictement positifs, montrer que :

a) $\dfrac{a+b+c}{b+c}+\dfrac{a+b+c}{c+a}+\dfrac{a+b+c}{a+b}\geq\dfrac{9}{2}$.

b) $\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}\geq\dfrac{3}{2}$.

Exercice 9. Les pages d'un livre sont numérotées de 1 à n (la page numérotée 1 est une page de droite et la dernière page numérotée est paire). On additionne les numéros de toutes les pages et on trouve un total égal à 2003. Mais deux pages numérotées sont restées collées et leurs numéros n'ont pas été comptés. Quels sont le nombre de pages du livre et les numéros des pages collées.

(les pages collées sont les pages 2p et 2p+1, alors $\frac{n(n+1)}{2}-(4p+1)=2003$, on en déduira deux inéquations d'inconnue n, etc.)