EXERCICE 1 QCM (4 pts)

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des quatre propositions est exacte (**A**, **B**, **C** ou **D**). Vous écrirez les réponses choisies sur votre copie sous la forme, par exemple : 1.A-2.A-3.1.A-3.2.A-4.A. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte les points de la question. Une réponse inexacte enlève la moitié des points. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

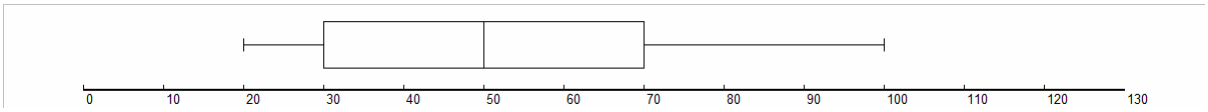
1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 56x^2 - 15x + 1$

A : $f(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$	**B** : f(x) change de signe sur $\mathbb{R}$	**C** : $f(x) < 0$ sur $\mathbb{R}$	**D** : $f(x) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$ et f s'annule en un seul point

2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -\dfrac{10}{x^2 - 4x + 5}$.

A : $f(10^{40}) < f(10^{40}+1)$	**B** : $f(10^{40}) > f(10^{40}+1)$	**C** : $f(10^{40}) = f(10^{40}+1)$	**D** : Compte tenu des théorèmes vus en cours, on ne peut pas comparer $f(10^{40})$ et $f(10^{40}+1)$

3. Une société de taxi relève pendant 300 jours le nombre de clients quotidiens. Elle obtient le diagramme suivant :



3.1. La société a plus de 50 clients pendant

A : 30 jours	**B** : 50 jours	**C** : 150 jours	**D** : On ne peut pas répondre avec le diagramme

3.2. L'écart interquartile de cette série est égal à

A : 20 jours	**B** : 20 clients	**C** : 40 jours	**D** : 40 clients

4. Le plan est muni d'un repère. Soit D la droite d'équation cartésienne : $2x - 5y - 4 = 0$. Un vecteur directeur de D a pour coordonnées :

A : $(5;2)$	**B** : $(2;-5)$	**C** : $(-5;2)$	**D** : $(2;5)$

EXERCICE 2 (5 pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \dfrac{4x+1}{x+1}$ (forme A)

1. Montrer que, pour tout $x \neq -1$, $f(x) = 4 - \dfrac{3}{x+1}$ (forme B) et $f(x) = 1 + \dfrac{3x}{x+1}$ (forme C)
2. Répondre dans l'ordre aux questions suivantes, en utilisant la forme de $f(x)$ la mieux adaptée.
   a. Montrer que, pour $x > 0$, $f(x) > 1$.
   b. Etudier les variations de f.
   c. Montrer que, si $2 < x < 3$, alors $3 < f(x) < \dfrac{13}{4}$.
   d. Etudier le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R} - \{-1\}$.

EXERCICE 3 (5 pts)

Soit ABC un triangle non aplati. D, E et F les points définis par $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $3\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FC}$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$.
2. Faire une figure sur laquelle on placera les points précédents.

On travaille désormais dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

3. Déterminer les coordonnées de D, E et F.
4. Montrer que ces trois points sont alignés.
5. E est-il le milieu de $[DF]$?
6. On souhaite démontrer par une seconde méthode l'alignement des points D, E et F.

Déterminer une équation de la droite (DE). Conclure.

EXERCICE 4 (6 pts)

Partie A

Préciser l'objectif de cet algorithme écrit en langage Algobox et définir la suite (U_n) qui y est utilisée.

```
VARIABLES
  n EST_DU_TYPE NOMBRE
  i EST_DU_TYPE NOMBRE
  u EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE n
  u PREND_LA_VALEUR 200
  POUR i ALLANT_DE 1 A n
    DEBUT_POUR
    u PREND_LA_VALEUR u/2+180
    FIN_POUR
  AFFICHER u
FIN_ALGORITHME
```

Partie B

Marc possède $200\,€$ sur son compte. Il décide de dépenser chaque mois la moitié de l'argent présent sur ce compte et de l'alimenter à la fin du mois d'une somme de $180\,€$ (Marc travaille et c'est la somme qu'il peut économiser chaque mois.)

Marc espère ainsi dépenser plus tout en économisant plus.

On note U_n le montant présent sur son compte à la fin du nième mois. Ainsi $U_0 = 200$ et $U_1 = 280$.

1. Calculer U_2 et U_3. Les espoirs de Marc sont-ils confirmés ?
2. Montrer que, pour tout n, $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 180$.
3. La suite (U_n) est-elle arithmétique ? Géométrique ?
4. On pose, pour tout n, $V_n = U_n - 360$. Montrer que la suite (V_n) est géométrique et en préciser la raison.
5. Calculer V_n puis U_n en fonction de n.
6. Justifier que le montant des économies de Marc ne dépassera jamais 360 €.