Exercice 1

1. B 2. A 3.1 C 3.2 D 4. A

Exercice 2

1. Pour tout $x \neq 1$, $4-\frac{3}{x+1}=\frac{4x+4-3}{x+1}=\frac{4x+1}{x+1}$, et $1+\frac{3x}{x+1}=\frac{x+1+3x}{x+1}=\frac{4x+1}{x+1}$.

2. a. Pour tout $x>0$, $f(x)-1=\frac{3x}{x+1}>0$, donc $f(x)>1$.

b. La fonction $x \mapsto \frac{1}{x+1}$ est strictement décroissante sur tout intervalle de $\mathbb{R}-\{-1\}$,

donc la fonction $x \mapsto \frac{-3}{x+1}$ est strictement croissante sur tout intervalle de $\mathbb{R}-\{-1\}$,

donc la fonction $f : x \mapsto 4-\frac{3x}{x+1}$ est strictement croissante sur tout intervalle de $\mathbb{R}-\{-1\}$.

c. La fonction f est strictement croissante sur $]-1,+\infty[$, donc, si $2<x<3$, alors

$f(2)<f(x)<f(3)$, soit $3<f(x)<\frac{13}{4}$.

d. Pour tout $x \neq 1$, $f(x)=\frac{4x+1}{x+1}$.

x	$-\infty$		-1		-1/4		$+\infty$
f (x)		+	‖	-	0	+	

Exercice 3

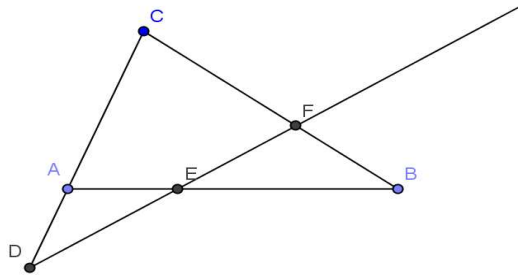
1. On a :

$3\overrightarrow{BF}=2\overrightarrow{FC}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{BA}+3\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FA}+2\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$

2.



3. Dans le repère $(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$, D(0, -1/2), E(1/3, 0) et F(3/5, 2/5).

4. On a : $\overrightarrow{DE}(1/3,\ 1/2)$ et $\overrightarrow{DF}(3/5,\ 9/10)$. On constate que $\overrightarrow{DF}=\frac{9}{5}\overrightarrow{DE}$.

5. Soit $I=m[DF]$, on a : $I(3/10,\ -1/20)$, donc E n'est pas le milieu de [DF].

6. On vérifie facilement qu'une équation de (DE) est $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{6}=0$, soit $3x-2y-1=0$.

Les coordonnées de F vérifient cette équation, donc $F \in (DE)$.

Exercice 4

Partie A

La suite est définie par $u_0 = 200$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 180$.

L'algorithme demande la valeur de n et calcule les valeurs de la suite jusqu'à l'indice n, et ensuite affiche cette valeur.

Partie B

1. $u_0 = 200$, $u_1 = 280$, $u_2 = 320$ et $u_3 = 340$. Les économies de Marc vont en croissant ainsi que ses dépenses.
2. Pendant le (n+1)ième mois, Marc dépensera la somme de $u_n / 2$ et économisera 180 euros, donc $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 180$.
3. $u_1 - u_0 = 80$ et $u_2 - u_1 = 40$, donc la suite n'est pas arithmétique.

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{7}{5}$ et $\frac{u_2}{u_1} = \frac{8}{7}$, donc la suite n'est pas géométrique.

4. On pose, pour tout n, $v_n = u_n - 360$.

Pour tout n, $v_{n+1} = u_{n+1} - 360 = \frac{1}{2}u_n + 180 - 360 = \frac{1}{2}(u_n - 360) = \frac{1}{2}v_n$

La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 360 = -160$.

5. En déduit que, pour tout n, $v_n = -160 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$, $u_n = v_n + 360 = 360 - 160 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
6. Il est immédiat que, pour tout n, $u_n < 360$. Le montant des économies de Marc ne dépassera jamais 360 euros.