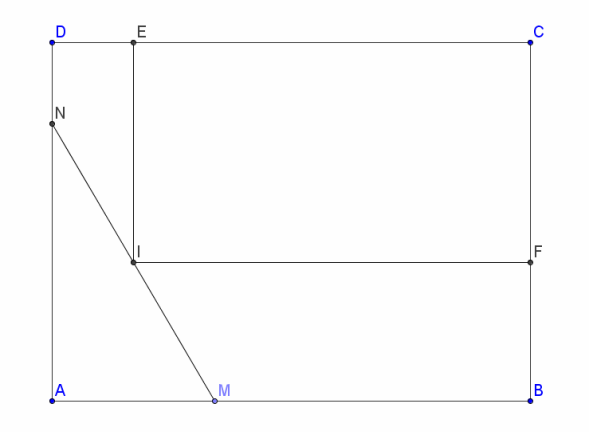
Exercice 1



1. a. Pour tout $x \in [0,4]$, $t(x) = x(3 - x/2)/2 = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$.

b. La courbe de t est une partie de parabole de sommet $\Omega(3, 9/4)$.

x	0	3	4
t (x)	0 ↗	9/4	↘ 2

L'aire du triangle est maximale pour x = 3.

2. Aire(IFCE) = $r(x) = -0{,}125x^2 + 0{,}25x + 6$.

a. Pour tout $x \in [0,4]$, on a :

$$t(x) = r(x)$$
$$\Leftrightarrow -0{,}25x^2 + 1{,}5x = -0{,}125x^2 + 0{,}25x + 6$$
$$\Leftrightarrow 0{,}125x^2 - 1{,}25x + 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 48 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-5)^2 + 23 = 0$$

Donc l'aire de AMN ne peut pas être égale à celle de IFCE.

b. Pour tout $x \in [0,4]$, on a :

$$3t(x) = r(x)$$
$$\Leftrightarrow -0{,}75x^2 + 4{,}5x = -0{,}125x^2 + 0{,}25x + 6$$
$$\Leftrightarrow 0{,}625x^2 - 4{,}25x + 6 = 0$$
$$\Leftrightarrow 5x^2 - 34x + 48 = 0 \qquad \Delta = 196 = 14^2$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{34 \pm 14}{10}$$
$$\Leftrightarrow x = 4{,}8 \text{ ou } x = 2$$

Seule la valeur x = 2 convient.

Exercice 2

Liste rangée des 22 notes :

5 – 5 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 11 – 11 – 11 – 12 – 13 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15 – 15

1. L'intervalle médian est [11, 11], la médiane est 11.

Le 1er quartile est la 6ième valeur : Q1 = 9.

Le 3ième quartile est la 17ième valeur : Q3 = 13.

2. A la calculatrice $m \approx 10,77$ et $s \approx 2,83$.

3. L'intervalle $[m-s, m+s]$ est à peu près l'intervalle [7,94; 13,6]. 16 valeurs se trouvent dans cet intervalle, ce qui correspond à environ 72,7% des notes

Exercice 3

Soit $f(x) = \sqrt{\dfrac{4-2x}{x}}$ et C sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. $\dfrac{2(2-x)}{x} \geq 0 \Leftrightarrow x \in]0,2]$, donc $D_f =]0,2]$.

x		0		2	
2-x	+		+	0	-
x	-	0	+		+
$\dfrac{2-x}{x}$	-	‖	+	0	-

2. La fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$, donc la fonction $x \mapsto \dfrac{4}{x}$ est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$, et la fonction $u : x \mapsto \dfrac{4}{x} - 2$ est strictement décroissante sur $]0\,;+\infty[$.

Les fonctions u et $\sqrt{u}$ ont les mêmes variations sur D_f.

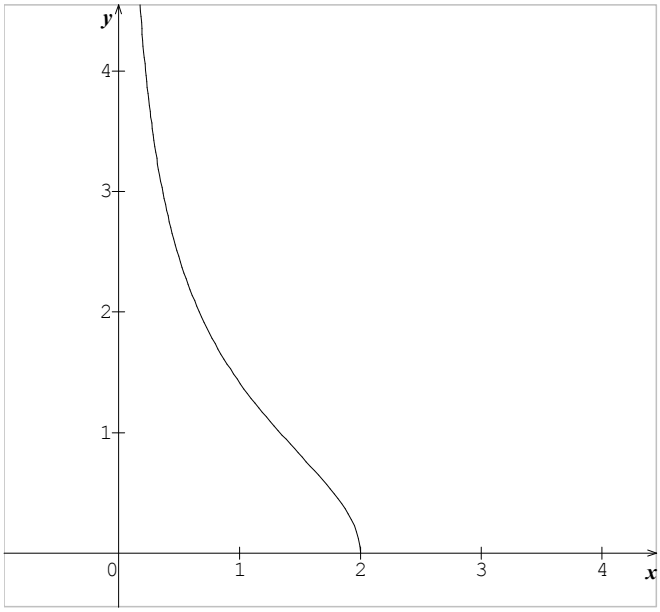
Donc f est strictement décroissante sur D_f.

4. Tableau de variations de f.

x	0	2
f (x)	‖ ↘	0

5. Quand x devient petit, f(x) devient grand; plus précisément, f(x) tend vers $+\infty$ quand x tend vers 0 .

6. Courbe



Exercice 4

1. a. On a : A(0, 0), B(2, 0), C(2, 2), D(0, 2), I(1, 0) et J(2, 1).

b. $\overrightarrow{ID}(-1,2)$ est un vecteur directeur de (ID), une équation cartésienne de (ID) est : $2x+y+c=0$, $I \in (ID) \Leftrightarrow 2+c=0 \Leftrightarrow c=-2$. Une équation cartésienne de (ID) est donc $2x+y-2=0$.

2. $\overrightarrow{AJ}(2,1)$ est un vecteur directeur de (AJ), une équation cartésienne de (AJ) est : $-x+2y+c=0$, $A \in (AJ) \Leftrightarrow c=0$. Une équation cartésienne de (AJ) est donc $-x+2y=0$.

3. On a :

$$\begin{cases} 2x+y=2 \\ -x+2y=0 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=4 \\ 5y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4/5 \\ y=2/5 \end{cases}$$

Le point H(4/5, 2/5) est le point d'intersection de (ID) et (AJ).

4. Il suffit de vérifier que le triangle AHI est rectangle en H.

$AH^2 = 20/25$, $\overrightarrow{IH}(-1/5, 2/5)$, $IH^2 = 5/25$, AI = 1, donc $AI^2 = AH^2 + IH^2$.