

Devoir commun 1ères S

Exercice 1Partie A

On considère l'algorithme suivant :

```

1  VARIABLES
2  U EST_DU_TYPE NOMBRE
3  k EST_DU_TYPE NOMBRE
4  N EST_DU_TYPE NOMBRE
5  DEBUT_ALGORITHME
6  U PREND_LA_VALEUR 0
7  LIRE N
8  POUR k ALLANT_DE 0 A N-1
9  DEBUT_POUR
10  U PREND_LA_VALEUR 3*U-2*k+3
11  FIN_POUR
12  AFFICHER U
13 FIN_ALGORITHME

```

Compléter le tableau suivant correspondant au cas où $N = 3$ afin de déterminer l'affichage obtenu :

////////	K	0		
U	0			

Partie B

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel, par :

$$v_n = u_n - n + 1.$$

a. Montrer que (v_n) est géométrique de raison 3.

b. En déduire l'expression de v_n en fonction de n .

c. En déduire que, pour tout n , $u_n = 3^n + n - 1$.

3. Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit entier n_0 tel que $u_{n_0} \geq 10^5$.

Exercice 2

Dans un repère orthonormé, on donne les points A (2 ; 2), B (6 ; 2), C (6 ; 4) et D (2 ; 4).

M est un point de [BD]; on note m son abscisse ($m \in \mathbb{R}$).

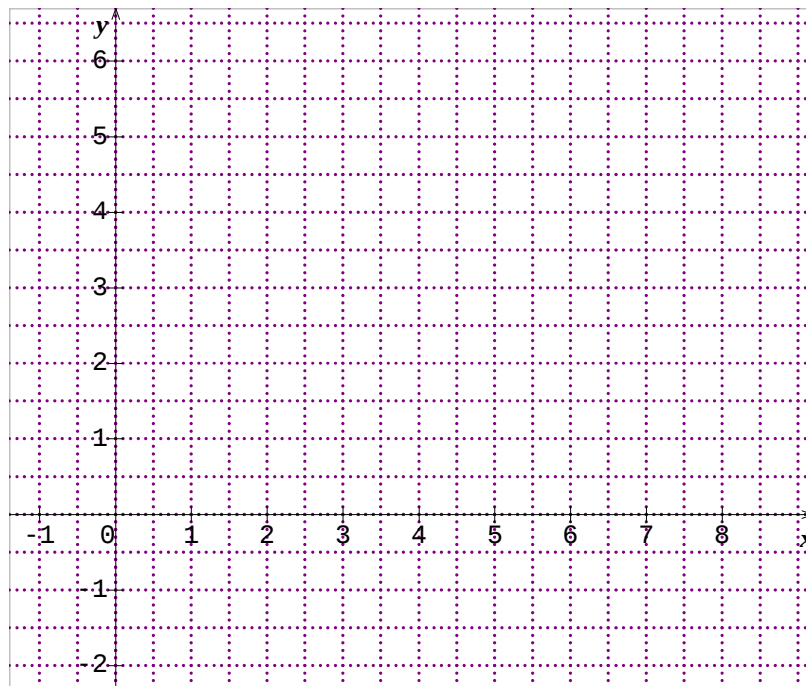
N est le point tel que $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{MN}$.

La parallèle à (AD) passant par N coupe (AB) en P. On la note Δ .

La parallèle à (AB) passant par N coupe (AD) en Q. On la note Δ' .

Le but de l'exercice est de démontrer l'alignement des points M, Q et P.

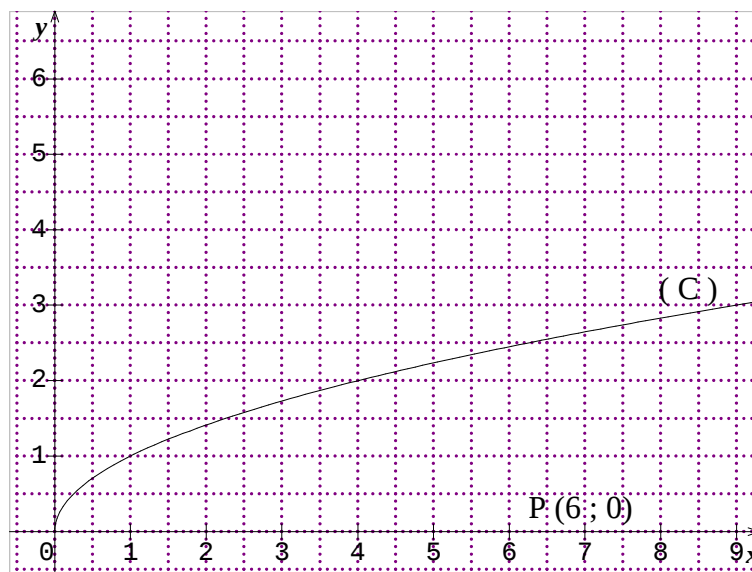
1. Faire une figure.
2. a) Montrez que $x + 2y - 10 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (BD).
b) Exprimez alors l'ordonnée de M en fonction de m .
3. Montrez que le point N a pour coordonnées $(2m - 6 ; -m + 6)$.
4. Justifiez que les coordonnées de P sont $(2m - 6 ; 2)$ et que celles de Q sont $(2 ; 6 - m)$.
5. Démontrez l'alignement des points M, P et Q.



Exercice 3 Distance d'un point à une courbe

Dans un repère orthonormé, on considère les points $P(6;0)$ et $M(x;y)$. M est un point de la courbe (C) qui représente la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x}$.

L'objectif est d'étudier les variations de la distance PM lorsque M parcourt la courbe (C) , et en particulier de déterminer la distance PM minimale.



1. Exprimez la distance PM en fonction des coordonnées x et y de M .
2. Justifiez ensuite que $PM = \sqrt{x^2 - 11x + 36}$.
3. A chaque nombre réel x correspond un unique point M de la courbe (C) et réciproquement, à chaque point de (C) est associé un unique réel x . L'objectif est donc maintenant d'étudier sur l'intervalle $I = [0; +\infty[$ les variations de la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 11x + 36}$.
 - a) Etablissez le tableau de variations de la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par $u(x) = x^2 - 11x + 36$.
 - b) En déduire les variations de la fonction f . Justifiez.
Etablissez le tableau de variation de f sur I .
 - c) Déduisez-en la valeur minimale de la distance PM .
4. a) Résoudre sur $I = [0; +\infty[$ l'inéquation $x^2 - 11x + 20 > 0$.
b) En déduire l'ensemble des valeurs de x telles que la distance PM soit supérieure à 4.