Durée : 2h Mercredi 13 mai 2015

Devoir commun 1ères S

Exercice1 (5 points)

1. Soit A, B et C les points du cercle trigonométrique respectivement associés aux valeurs $\frac{\pi}{3}$, $\frac{19\pi}{3}$ et $\frac{28\pi}{3}$. Parmi les points B et C, lequel est confondu avec A ? Comment est situé l'autre point ? Justifier vos réponses.
2. Donner les valeurs exactes des nombres suivants :

a. $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ b. $\sin\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$ et $\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$

3. Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ les équations suivantes :

a. $\sin x=\frac{1}{2}$ b. $\cos(x+\pi)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

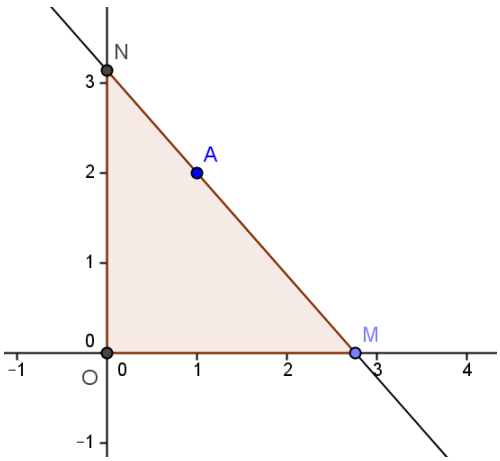
4. On veut résoudre sur $]-\pi,\pi]$ l'équation $2\sin^2 x+\cos^2 x=\frac{7}{4}$.

a. Montrer que cette équation peut s'écrire $\sin^2 x=\frac{3}{4}$.

b. Résoudre sur $]-\pi,\pi]$ l'équation $\sin^2 x=\frac{3}{4}$.

Exercice 2 (5 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère le point A(1, 2).
Soit x un réel strictement supérieur à 1 et soit M le point de coordonnées (x, 0).
La droite (AM) coupe l'axe des ordonnées en N.



1. En utilisant le théorème de Thalès, montrer que l'ordonnée de N est $\frac{2x}{x-1}$.
2. On note f(x) l'aire du triangle OMN.

a. Montrer que $f(x)=\frac{x^2}{x-1}$.

b. Calculer $f'(x)$ pour $x>1$.

c. Justifier le signe de $f'(x)$ pour $x>1$.

d. Faire le tableau de variations.

e. En déduire l'existence d'un triangle d'aire minimale.

Exercice 3 (5 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormé on considère les points $A(-3,-3)$, $B(10,6)$, $C(5,-9)$ et $D(0,-4)$.

1. Justifier que le triangle ABC est isocèle en B.
2. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
3. a. Déterminer la valeur exacte de $\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$.

b. En déduire une valeur approchée au degré près de $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$.

4. Déterminer une valeur approchée au degré près de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$.
5. Justifier que la droite (AD) est une hauteur du triangle ABC.

Exercice 4 (5 points)

On tire deux boules, sans remise de la première boule tirée, dans une urne contenant 7 boules blanches numérotées de 1 à 7 et 3 boules noires numérotées de 1 à 3.

1. Quel est le nombre de couples ordonnés de boules issus de l'expérience ?
2. On note A l'événement : " obtenir deux boules blanches ".

Montrer que la probabilité de A est égale à $\frac{7}{15}$.

3. On note B l'événement : " obtenir deux boules portant des numéros impairs ".

Calculer la probabilité de l'événement B.

4. Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de boules blanches obtenues lors de ce tirage.

a. Quelles sont les valeurs prises par X ?

b. Déterminer la loi de probabilité de X.

c. Calculer son espérance.