

### Exercice 1

Soit  $\Omega$  l'ensemble des résultats,  $\text{card}\Omega = 6^3 = 216$ .  $\Omega$  est muni de l'équiprobabilité.

1. a. La probabilité d'obtenir (6, 6, 6) est  $\frac{1}{216}$ .

b. 6 cas favorables pour obtenir 3 chiffres identiques, la probabilité est  $\frac{6}{216} = \frac{1}{36}$ .

c. 6 choix pour le dé1, 5 choix pour le dé2 et 4 choix pour le dé3, la probabilité d'obtenir 3 chiffres distincts deux à deux est donc  $\frac{6 \times 5 \times 4}{216} = \frac{20}{36}$ .

2. Pour une mise d'un euro, on gagne 5€ si les 3 chiffres sont identiques, 2€ si deux chiffres sont identiques, rien sinon.

Soit  $X$  la variable aléatoire qui associe au jeu le gain du joueur.

a.  $X(\Omega) = \{4, 1, -1\}$ . Loi de probabilité de  $X$  :

k	4	1	-1
P(X=k)	$\frac{1}{36}$	$\frac{15}{36}$	$\frac{20}{36}$

En effet :  $P(X = 1) = 1 - P(X = 4) - P(X = -1) = 1 - \frac{1}{36} - \frac{20}{36} = \frac{15}{36}$ .

b.  $E(X) = \frac{1}{36}(4 + 15 - 20) = -\frac{1}{36}$ .

c.  $E(X) < 0$ , le jeu est défavorable au joueur.

### Exercice 2

$$1. (\overline{CB}, \overline{AB}) = (\overline{BC}, \overline{BA})[2\pi] = -(\overline{BA}, \overline{BC})[2\pi] = -\frac{\pi}{4}[2\pi]$$

$$(\overline{AD}, \overline{CD}) = (\overline{DA}, \overline{DC})[2\pi] = -\frac{\pi}{6}[2\pi]$$

$$2. \text{ Par la relation de Chasles : } (\overline{CB}, \overline{CD}) = (\overline{CB}, \overline{AB}) + (\overline{AB}, \overline{AD}) + (\overline{AD}, \overline{CD})[2\pi].$$

$$3. \text{ D'après 2, } (\overline{CB}, \overline{CD}) = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}[2\pi] = -\frac{3\pi}{4}[2\pi].$$

$-\frac{3\pi}{4}$  est la mesure principale de l'angle  $(\overline{CB}, \overline{CD})$ .

### Exercice 3

a) Pour tout  $x$ , on a :

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \cos x = \cos(2\pi/3)$$

$$\Leftrightarrow x = 2\pi/3[2\pi] \text{ ou } x = -2\pi/3[2\pi]$$

b) Pour tout  $x$ , on a :

$$\cos 2x = \cos x$$

$$\Leftrightarrow 2x = x[2\pi] \text{ ou } 2x = -x[2\pi]$$

$$\Leftrightarrow x = 0[2\pi] \text{ ou } 3x = 0[2\pi]$$

$$\Leftrightarrow x = 0[2\pi/3]$$

#### Exercice 4

Pour tout  $x$ , on a :

$$\sqrt{2} \sin(x + \pi/4) = \sqrt{2}(\sin x \cos(\pi/4) + \sin(\pi/4) \cos x) = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x + \sin x) = \cos x + \sin x .$$

Pour tout  $x$ , on a :

$$\cos x + \sin x = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2} \sin(x + \pi/4) = \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(x + \pi/4) = 1$$

$$\Leftrightarrow x + \pi/4 = \pi/2 [2\pi]$$

$$\Leftrightarrow x = \pi/4 [2\pi]$$

#### Exercice 5

Pour tout  $x$ , on a :

$$\sin(x) + \sin(x + 2\pi/3) + \sin(x + 4\pi/3)$$

$$= \sin x + \sin x \cos(2\pi/3) + \sin(2\pi/3) \cos x + \sin x \cos(4\pi/3) + \sin(4\pi/3) \cos x$$

$$= \sin x - \frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x$$

$$= 0$$

#### Exercice 6

$$2X^2 + 3X + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (X+1)(2X+1) = 0 \quad -1 \text{ est racine évidente}$$

$$\Leftrightarrow X = -1 \text{ ou } X = -\frac{1}{2}$$

Pour tout  $x$ , on a :

$$2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x = -1 \text{ ou } \sin x = -\frac{1}{2} = \sin(-\pi/6)$$

$$\Leftrightarrow x = -\pi/2 [2\pi] \text{ ou } x = -\pi/6 [2\pi] \text{ ou } x = 7\pi/6 [2\pi]$$