Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$.

1. Etudier les variations de f et donner son tableau de variations.
2. Représenter graphiquement la fonction dans un repère orthonormé.
3. Graphiquement, combien l'équation f(x) = 0 admet-t-elle de solutions ?

Soit α la plus grande de ces racines, à l'aide de la calculatrice, justifier un encadrement de α de largeur 10^{-3}.

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{4x-3}{x^2+1}$.

1. Montrer que, pour tout x, $f'(x) = \dfrac{-2(x-2)(2x+1)}{(x^2+1)^2}$
2. Faire un tableau pour résumer le signe de f '(x).
3. Faire le tableau de variations de la fonction f.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse -3.
5. Montrer que cette tangente passe par un autre point de la courbe.

Exercice 3

On rappelle que le volume d'un cône est $\dfrac{1}{3}\pi R^2 H$, où R est le rayon de la base et H la hauteur.

Le but de l'exercice est de déterminer le volume maximal d'un cylindre ayant même axe de révolution et inscrit dans le cône.

1. Montrer que si h est la hauteur du cylindre et r le rayon de la base, alors $(H-h)R = Hr$.
2. En déduire que le volume du cylindre est $V = \pi \dfrac{R^2}{H^2} h(H-h)^2$.
3. Etudier les variations de V.
4. Conclure que le volume maximal est égal au 4/9 du volume du cône.