Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x + 3$.

1. Etudier les variations de f et donner son tableau de variations.
2. Graphiquement, combien l'équation f(x) = 0 admet-t-elle de solutions ?
3. A l'aide de la calculatrice, donner pour chaque racine un encadrement de largeur 10^{-3}.

Exercice 2

Soit $f(x) = \dfrac{1-x}{x^2 - x + 1}$ et C sa courbe représentative dans le plan.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Calculer la fonction dérivée f ' et montrer que, pour tout $x \in D_f$, $f'(x) = \dfrac{x(x-2)}{(x^2 - x + 1)^2}$.
3. Justifier le signe de f '(x). Dresser le tableau de variations.
4. Donner une équation de la tangente T_1 à C au point d'abscisse 1.
5. Etudier la position de la courbe par rapport à cette tangente T_1.

Exercice 3

Soit C un cône de hauteur 4 cm et de rayon 2 cm.
C' est un cylindre de hauteur h et de rayon r inscrit dans C.

1. Quel est l'ensemble I des valeurs que peut prendre h ?
2. Montrer que $h = 4 - 2r$.
3. Soit V(h) le volume de C', montrer que
$V(h) = \dfrac{\pi}{4} h(4-h)^2$.
4. Montrer que, pour tout $h \in I$, $V'(h) = \dfrac{\pi}{4}(4-h)(4-3h)$.
5. Etudier les variations de V sur I.
6. En déduire la valeur du volume maximal de C'.