Exercice 1

Résoudre : a) $|x-1| = |2x+3|$

b) $|2x-1| \geq 3$

Exercice 2

Résoudre à l'aide d'un tableau permettant d'exprimer f(x) sans valeur absolue :

$$f(x) = |4-x| - |2x+4| + x > 0.$$

Exercice 3

Démontrer que si f et g sont deux fonctions croissantes et positives sur l'intervalle I, alors la fonction $f \times g$ est croissante sur I.

Exercice 4

Soit $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x - 1}{1-x}$ et C sa courbe représentative.

1. Vérifier que, pour tout $x \neq 1$, $f(x) = -x + 3 + \dfrac{4}{x-1}$.

2. Montrer que, sur $]1, +\infty[$, f est la somme de 2 fonctions strictement décroissantes.
En déduire les variations de f sur cet intervalle.

3. Pour tout $x \neq 0$, calculer $f(1+x) + f(1-x)$. En déduire que le point I(1, 2) est un centre de symétrie pour la courbe.

4. Etudier le signe de $f(x) - (-x+3)$. En déduire les positons relatives de la courbe C et de la droite D d'équation $y = -x + 3$.

5. Faire le tableau de variations (sans justifications des limites aux bornes).

Exercice 5

Soit $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ et C sa courbe représentative.

1. Justifier que $D_f =]-\infty, -2] \cup [0, +\infty[$.

2. Montrer que, pour tout $x \in]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$, $f(-1+x) = f(-1-x)$.
En déduire que l'axe d'équation x = -1 est un axe de symétrie pour C.

3. Déterminer les variations de la fonction g: $x \mapsto x^2 + 2x$.

4. Justifier que f est strictement croissante sur $[0, +\infty[$.

5. Montrer que, pour tout $x \geq 0$, $f(x) \leq x + 1$.

6. Construire, pour $x \geq 0$, la courbe ainsi que la droite d'équation $y = x + 1$.