Exercice 1

1. **C**
2. **A C**
3. **B C**
4. **B**
5. **B**

Exercice 2

$f(x) = 2|x+3| - |1-x| = 10.$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$2\|x+3\|$		-2x - 6	0	2x + 6		2x + 6	
$-\|1-x\|$		x - 1		x - 1	0	-x + 1	
$f(x)$		-x - 7	-4	3x + 5	8	x + 7	

$f(x) = 10 \Leftrightarrow -x-7 = 10$ ou $x+7 = 10$

$\Leftrightarrow x = -17$ ou $x = 3$

Exercice 3

Soit $f(x) = \dfrac{2x}{x^2-1}$.

1. $D_f = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$.
2. Pour tout $x \in D_f$, $\dfrac{1}{x+1} + \dfrac{1}{x-1} = \dfrac{x-1+x+1}{x^2-1} = \dfrac{2x}{x^2-1}$.
3. La fonction $x \mapsto x+1$ est strictement positive et strictement croissante sur $]-1,+\infty[$, donc la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$ est strictement décroissante sur $]-1,+\infty[$.

La fonction $x \mapsto x+1$ est strictement négative et strictement croissante sur $]-\infty,-1[$, donc la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$ est strictement décroissante sur $]-\infty,-1[$.

4. On montre de même la fonction $x \mapsto \dfrac{1}{x-1}$ est strictement décroissante sur tout intervalle de $\mathbb{R} - \{1\}$.

On en déduit que f est strictement décroissante sur tout intervalle de D_f, en tant que somme de 2 fonctions strictement décroissantes.

5. Tableau de variations :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
f (x)	0	↘	$-\infty$ ‖	$+\infty$ ↘	‖ $-\infty$ ‖	$+\infty$ ↘	0

Exercice 4

1. Pour tout x, $x^2 + 2x + 5 = (x+1)^2 + 4 > 0$. On en déduit que $D_f = \mathbb{R}$.

2. Pour tout x, $x^2+2x+5=(x+1)^2+4$. La représentation graphique de $g: x \mapsto x^2+2x+5$ est une parabole de sommet $\Omega(-1,4)$.

Tableau de variations de g.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
g (x)	$+\infty$ ↘	4	↗ $+\infty$

3. a) $f(x)=\sqrt{g(x)}$.

g est strictement croissante sur $[-1,+\infty[$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^+$.

g et $f=\sqrt{g}$ ont les mêmes variations sur $[-1,+\infty[$.

g est strictement décroissante sur $]-\infty,-1]$ et à valeurs dans $\mathbb{R}^+$.

g et $f=\sqrt{g}$ ont les mêmes variations sur $]-\infty,-1]$.

b) Tableau de variations de f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f (x)	$+\infty$ ↘	2	↗ $+\infty$

Exercice 5

$\sqrt{x+4} \geq x+2$ (1)

$x+4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -4$

1er cas : $x \geq -4$ et $x+2<0$, soit $x \in [-4,-2[$, l'inégalité (1) est toujours vérifiée.

2ème cas : $x \geq -4$ et $x+2 \geq 0$, soit $x \geq -2$.

(1) et $x \geq -2 \Leftrightarrow x+4 \geq (x+2)^2, x \geq -2$

$\Leftrightarrow x+4 \geq x^2+4x+4, x \geq -2$

$\Leftrightarrow x^2+3x \leq 0, x \geq -2$

$\Leftrightarrow x \in [-2,0]$

Conclusion : $S=[-4,0]$