Exercice 1. On tire deux boules avec remise de la première boule tirée dans une urne contenant 4 boules rouges numérotées de 1 à 4, 4 boules vertes numérotées de 1 à 4 et 1 boule noire.

1. Le nombre de couples ordonnés de boules issus de l'expérience est : D. 81

9 choix pour la première boule et 9 choix pour la deuxième boule, soit $\text{card}\Omega = 9 \times 9 = 81$.

Ω est muni de l'équiprobabilité.

2. La probabilité de tirer deux boules rouges est : D. $\frac{16}{81}$

4 choix pour la première boule et 4 choix pour la deuxième boule, soit $p_1 = \frac{4 \times 4}{81} = \frac{16}{81}$.

3. La probabilité de tirer deux boules noires est : D. $\frac{1}{81}$

1 choix pour la première boule et 1 choix pour la deuxième boule, soit $p_2 = \frac{1}{81}$

4. La probabilité de tirer deux boules de même couleur est : C. $\frac{11}{27}$

16 cas pour deux boules rouges, 16 cas pour deux boules vertes et 1 cas pour deux boules noires, soit $p_3 = \frac{33}{81} = \frac{11}{27}$.

5. La probabilité de tirer deux boules de couleurs différentes est : A. $\frac{16}{27}$

$p_4 = 1 - p_3 = \frac{16}{27}$.

Exercice 2.

1. Soit Ω l'ensemble des résultats, $\text{card}\Omega = 3^4 = 81$. Ω est muni de l'équiprobabilité.

2. La variable aléatoire X associe au questionnaire rempli par le candidat le nombre de réponses exactes. (On peut supposer ici que les bonnes réponses sont "AAAA")

a. $P(X=0) = \frac{2^4}{3^4}$, pour chaque question , il y a 2 possibilités de donner une mauvaise réponse.

$P(X=1) = \frac{4 \times 2^3}{3^4} = \frac{32}{81}$, où 4 est le nombre de façons de choisir la place de la bonne réponse, et 2 est le nombre de façons de donner une mauvaise réponse.

$P(X=3) = \frac{4 \times 2}{81} = \frac{8}{81}$, où 4 est le nombre de façons de choisir la place de la mauvaise réponse, et 2 est le nombre de façons de donner une mauvaise réponse.

$P(X=4) = \frac{1}{81}$

b. $P(X=2) = 1 - P(X=0) - P(X=3) - P(X=4) = \frac{24}{81}$.

c. La probabilité qu'il soit reçu est $P(X=3) + P(X=4) = \frac{9}{81} = \frac{1}{9}$.

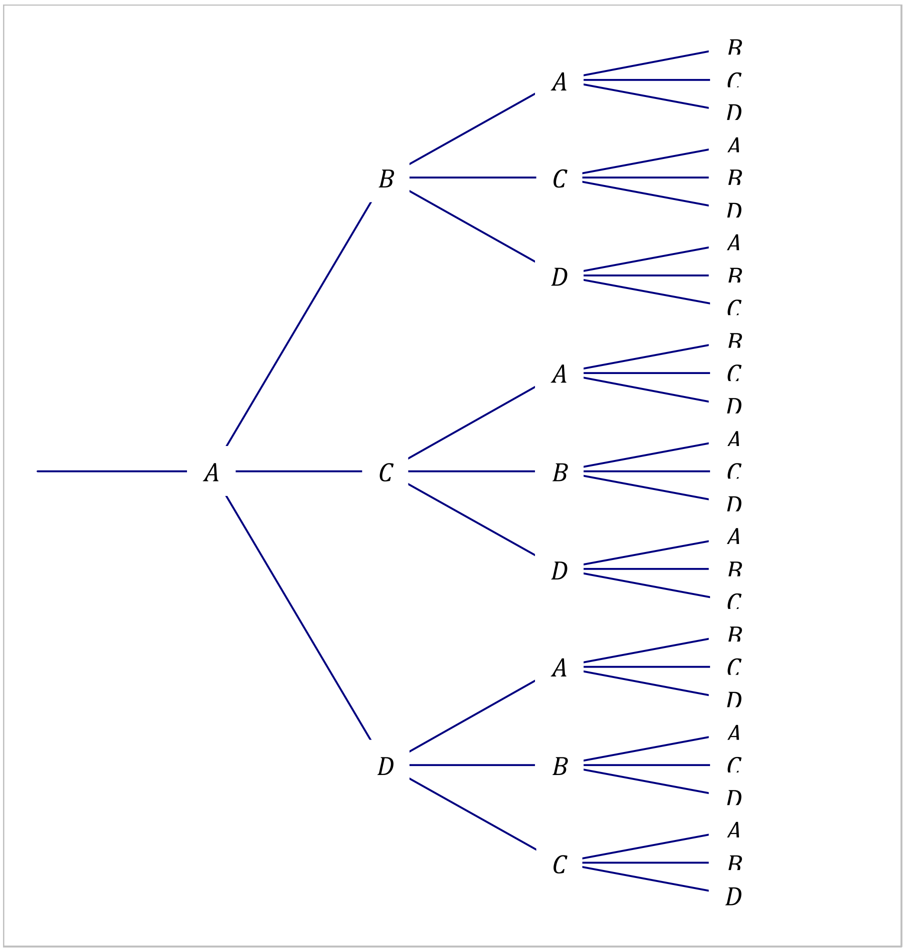
d. $E(X) = \sum_{k=0}^{4} k \times P(X=k) = \frac{1}{81}(32+48+24+4) = \frac{108}{81} = \frac{4}{3}$

$E(X^2) = \sum_{k=0}^{4} k^2 \times P(X=k) = \frac{1}{81}(32+96+72+16) = \frac{216}{81} = \frac{8}{3}$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{8}{3} - \frac{16}{9} = \frac{8}{9}$

Exercice 3.

1. Arbre



2. a. $X(\Omega)=\{2,3,4\}$. Loi de probabilité de X :

k	2	3	4
P(X=k)	$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$	$\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$	$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

b. $E(X)=\sum_{k=2}^{4} k\times P(X=k)=\frac{2}{9}+2+\frac{8}{9}=\frac{28}{9}\approx 3{,}111$

$E(X^2)=\sum_{k=2}^{4} k^2\times P(X=k)=\frac{4}{9}+6+\frac{32}{9}=10$

$V(X)=E(X^2)-(E(X))^2=10-\left(\frac{28}{9}\right)^2=\frac{26}{81}$

$\sigma(X)=\frac{\sqrt{26}}{9}\approx 0{,}567$