

Ex1. Résoudre l'inéquation : $(x+1)(3x-2)-5(x+1)^2 \leq 0$.

Pour tout x , on a :

$$(x+1)(3x-2)-5(x+1)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(3x-2-5x-5) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(-2x-7) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \leq -\frac{7}{2} \text{ ou } x \geq -1$$

Ex2. Donner la forme canonique de $P(x) = -3x^2 + 3x + 1$.

$$\text{Pour tout } x, P(x) = -3(x^2 - x) + 1 = -3\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right] + 1 = -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}.$$

Ex3. Factoriser le polynôme $P(x) = 2x^2 - 4x + 1$.

$$\Delta = 8, x' = \frac{4+\sqrt{8}}{4} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}, x'' = \frac{2-\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Pour tout } x, P(x) = 2\left(x - \frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)\left(x - \frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$$

Ex4. Résoudre l'inéquation : $-x^2 + x + 6 > 0$.

$$\Delta = 25, x' = \frac{-1+5}{-2} = -2, x'' = \frac{-1-5}{-2} = 3. S =]-2, 3[$$

Ex5. Résoudre l'équation : $x - 1 = \frac{1}{x}$.

Pour tout $x \neq 0$, on a :

$$x - 1 = \frac{1}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \quad \Delta = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Ex6. Résoudre l'inéquation : $x + 4 \leq \frac{-10}{x-3}$.

Pour tout $x \neq 3$, on a :

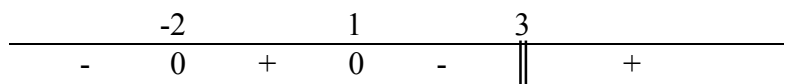
$$x + 4 \leq \frac{-10}{x-3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+4)(x-3)}{x-3} + \frac{10}{x-3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 2}{x-3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)(x+2)}{x-3} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-\infty, -2] \cup [1, 3[$$



Ex7. Soit P la parabole d'équation $y = f(x)$, où $f(x) = -2x^2 + 10x - 7$.

a) Déterminer les coordonnées du sommet de P .

L'abscisse du sommet est : $\frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$. $f(5/2) = 11/2$, $\Omega(5/2, 11/2)$ est le sommet de la parabole.

b) Faire le tableau de variations de f.

x	$-\infty$	$5/2$	$+\infty$
f(x)		11/2	

Diagramme du tableau de variations : une flèche monte de $-\infty$ vers $5/2$ et une autre descend de $5/2$ vers $+\infty$.

c) Calculer les coordonnées des points d'intersection de P avec la droite D d'équation $y = 2x - 1$.

$$-2x^2 + 10x - 7 = 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 3$$

Les points d'intersection sont I(1, 1) et J(3, 5).

