

Exercice 1

Un élève a 12 de moyenne aux quatre premiers devoirs de l'année.

1. La somme des notes des quatre premiers devoirs est $12 \times 4 = 48$

Sa nouvelle moyenne sera : $\frac{48+15}{5} = 12,6$.

2. Soit N sa note au dernier devoir, alors sa moyenne aux cinq devoirs sera $\frac{48+N}{5}$.

On a : $\frac{48+N}{5} \geq 13 \Leftrightarrow N \geq 17$.

Exercice 2

Liste rangée des 22 notes :

5 – 5 – 8 – 8 – 8 – 9 – 9 – 10 – 10 – 10 – 11 – 11 – 11 – 12 – 13 – 13 – 13 – 13 – 14 – 14 – 15 – 15

L'intervalle médian est [11, 11], la médiane est 11.

Le 1^{er} quartile est la 6^{ième} valeur : Q1 = 9.

Le 3^{ième} quartile est la 17^{ième} valeur : Q3 = 13.

Exercice 3

Une population d'effectif total N est partagée en deux sous-groupes, l'un d'effectif P pour lequel la moyenne est $\bar{x}'$, et l'autre d'effectif Q pour lequel la moyenne est $\bar{x}''$.

La somme des valeurs du caractère sur le premier sous-groupe est : $P \times \bar{x}'$.

La somme des valeurs du caractère sur le second sous-groupe est : $Q \times \bar{x}''$.

La moyenne $\bar{x}$ de la population entière est donc donnée par l'égalité : $\bar{x} = \frac{P\bar{x}' + Q\bar{x}''}{P + Q}$.

Application :

Une entreprise est installée sur deux sites.

Sur le premier site, la moyenne des salaires est 1600 € et 34 personnes y travaillent.

Sur le second site, la moyenne des salaires est 1900 € et 21 personnes y travaillent.

Le salaire moyen dans cette entreprise est : $\frac{1600 \times 34 + 1900 \times 21}{34 + 21} \approx 1714,55$.

Exercice 4

1.

intervalles	x_i	n_i = fréquences	fréq. cumulées	$n_i x_i$	$n_i x_i^2$
[0, 40[	20	6	6	120	2400
[40, 60[	50	11	17	550	27500
[60, 80[	70	25	42	1750	122500
[80, 100[	90	32	74	2880	259200
[100, 120[	110	21	95	2310	254100
[120, 160[	140	5	100	700	98000
		100		8310	763700

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$$

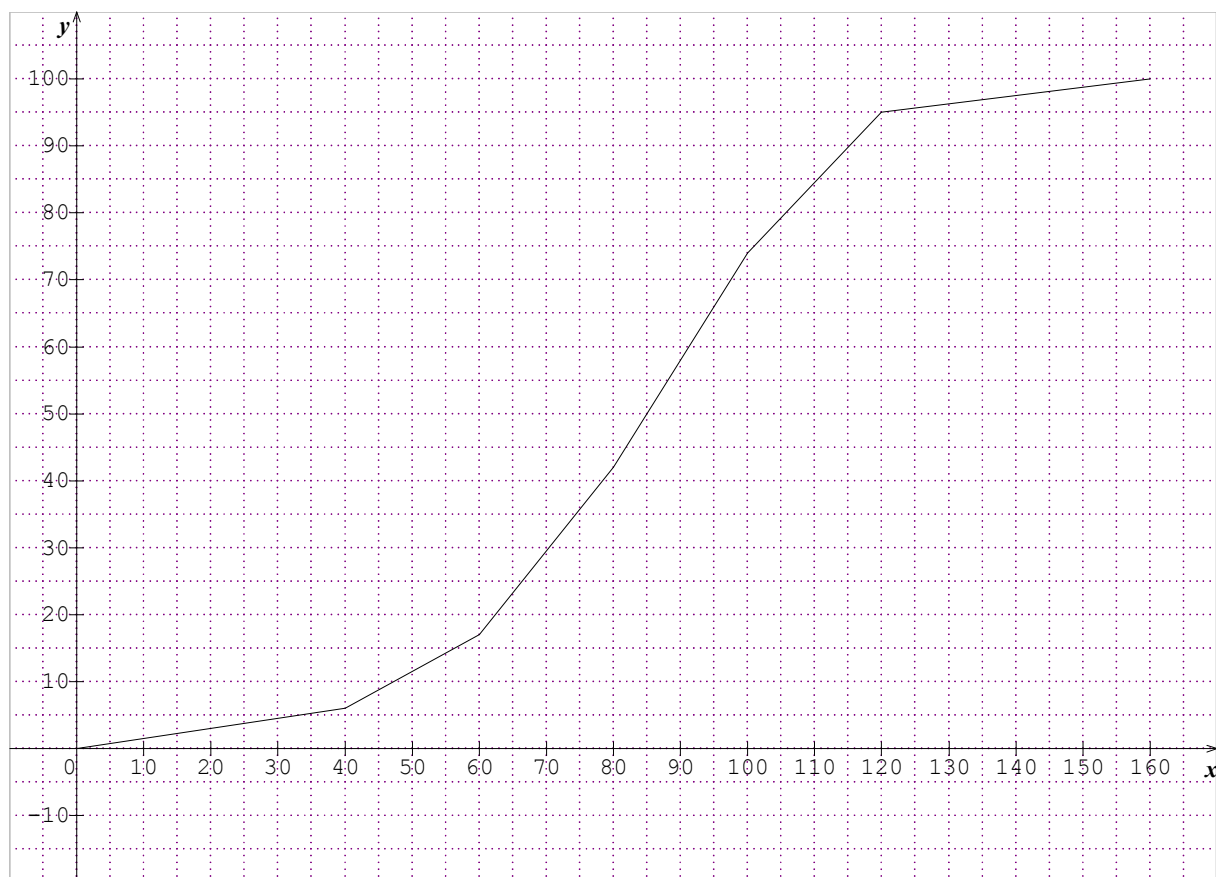
$$= \frac{8310}{100} = 83,1$$

$$V(x) = \frac{\sum n_i x_i^2}{\sum n_i} - \bar{x}^2$$

$$= \frac{763700}{100} - (83,1)^2 = 731,39$$

$$\sigma(x) = \sqrt{V(x)} \\ \approx 27,04$$

2. Courbe des fréquences cumulées croissantes.



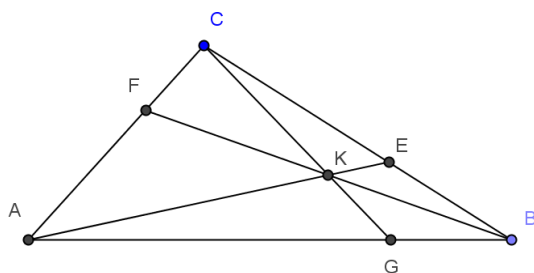
3. $\bar{x} - \sigma \approx 56$ et $\bar{x} + \sigma \approx 110$

D'après la courbe, environ 15% ont moins de 56 €, et environ 84% en moins de 110 €, soit environ 69% reçoivent une somme comprise entre $\bar{x} - \sigma$ et $\bar{x} + \sigma$.

Exercice 5

Soit ABC un triangle non aplati.

Les points E, F et G sont définis par : $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.



On se place dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

1. $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}(\overrightarrow{BC}) = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$, donc

$F(0, 2/3)$, $G(3/4, 0)$ et $E(3/5, 2/5)$.

2. $\overrightarrow{AE}(3/5, 2/5)$, une équation cartésienne de la droite (AE) est : $2x - 3y = 0$.

$\overrightarrow{BF}(-1, 2/3)$, une équation cartésienne de la droite (BF) est : $2x + 3y - 2 = 0$.

3. On a :

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2 \\ 2x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1/2 \\ y = 1/3 \end{cases}$$

Les droites (AE) et (BF) se coupent en $K(1/2, 1/3)$.

$\overrightarrow{CG}(3/4, -1)$ et $\overrightarrow{CK}(1/2, -2/3)$, d'où $\overrightarrow{CK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CG}$, donc $K \in (CG)$.