

Exercice 1. $S_1 = 18 + 25 + 32 + \dots + 165$ est la somme de termes consécutifs d'une progression arithmétique de raison 7. On a : $165 = 18 + 21 \times 7$. La somme comporte donc 22 termes.

On en déduit : $S_1 = \frac{(165+18) \times 22}{2} = 2013$.

$S_2 = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 177147$ est la somme de termes consécutifs d'une progression géométrique de raison 3. On a : $177147 = 3^{11}$. La somme comporte donc 12 termes.

On en déduit : $S_2 = \frac{1-3^{12}}{1-3} = 265720$.

Exercice 2. Soit a le second terme et r la raison, on a :

$$\begin{cases} a - r + a + a + r = 33 \\ (a - r)^2 + a^2 + (a + r)^2 = 413 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ 3a^2 + 2r^2 = 413 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ r^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ r = \pm 5 \end{cases}$$

Les trois nombres sont 6, 11 et 16, ou 16, 11 et 6.

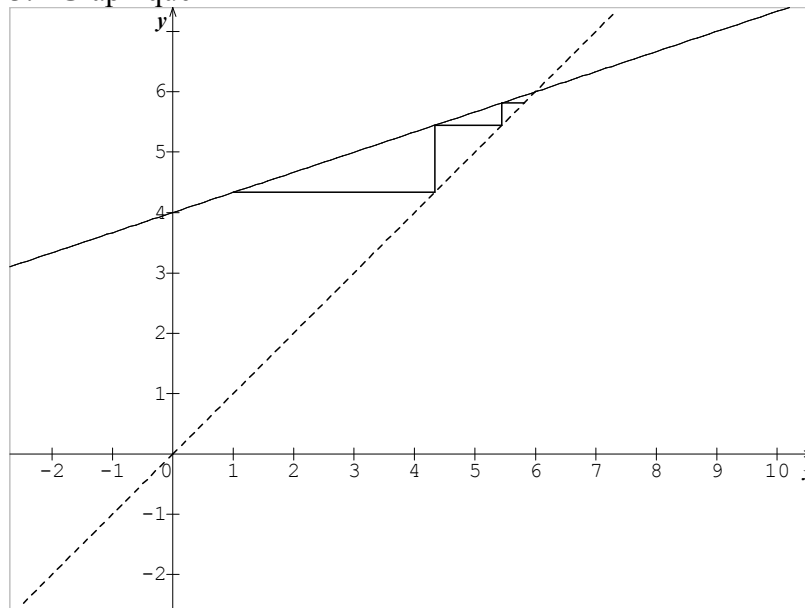
Exercice 3. 1. On a, pour tout n ,

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 6 = u_n / 3 + 4 - 6 = u_n / 3 - 2 = (u_n - 6) / 3 = v_n / 3.$$

La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $1/3$.

2. On a $v_0 = -5$, d'où, pour tout n , $v_n = -5(1/3)^n$, $u_n = 6 - 5(1/3)^n$.

3. Graphique



Exercice 4. 1. $u_0 = 6, u_1 = 23/8, u_2 = 28/13, u_3 = 11/6$.

2. a. On a, pour tout n ,

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} - 1} = \frac{1}{\frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - 1} = \frac{u_n + 2}{3u_n - 3}, \quad v_{n+1} - v_n = \frac{u_n + 2}{3(u_n - 1)} - \frac{1}{u_n - 1} = \frac{u_n - 1}{3(u_n - 1)} = \frac{1}{3}.$$

b. $v_0 = \frac{1}{5}$ et la suite (v_n) est une suite arithmétique de raison $1/3$, donc, pour tout n ,

$$v_n = \frac{1}{5} + \frac{n}{3}, \quad u_n = 1 + \frac{1}{v_n} = 1 + \frac{15}{3 + 5n} = \frac{18 + 5n}{3 + 5n}.$$

3. Cet algorithme détermine le premier rang à partir duquel u_n est strictement inférieur à $1,1$. La calculatrice nous montre que u_{30} est le premier terme de la suite strictement inférieur à $1,1$.