Exercice 1. $S_1 = 6+13+20+...+2015$ est la somme de termes consécutifs d'une progression arithmétique de raison 7. On a : $2015 = 6+7\times 287$. La somme comporte donc 288 termes.

On en déduit : $S_1 = \dfrac{(2015+6)\times 288}{2} = 291024$.

$S_2 = -3+12-48+192-...+786432$ est la somme de termes consécutifs d'une progression géométrique de raison -4. On a : $786432 = -3\times(-262144) = -3\times(-4)^9$. La somme comporte donc 10 termes.

On en déduit : $S_2 = -3\dfrac{1-(-4)^{10}}{1+4} = -3\dfrac{1-4^{10}}{5} = 629145$.

Exercice 2 . Soit a le troisième terme et $r > 0$ la raison, on a :

$$\begin{cases} a-2r+a-r+a+a+r+a+2r = 55 \\ (a-2r)^2+(a-r)^2+a^2+(a+r)^2+(a+2r)^2 = 695 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 55 \\ 5a^2+10r^2 = 695 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ r^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 11 \\ r = 3 \end{cases}$$

Les cinq nombres sont 5, 8, 11, 14 et 17.

Exercice 3. 1. affecter à a la valeur $\dfrac{3}{4}a+330$

affecter à n la valeur n + 1

2. On pose, pour tout n, $u_n = a_n - 1320$.

Pour tout n, on a : $u_{n+1} = a_{n+1} - 1320 = \dfrac{3}{4}a_n + 330 - 1320 = \dfrac{3}{4}a_n - 990 = \dfrac{3}{4}u_n$.

(u_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{3}{4}$ et de premier terme $u_0 = -520$.

3. Ainsi, pour tout n, $u_n = -520\left(\dfrac{3}{4}\right)^n$, d'où $a_n = -520\left(\dfrac{3}{4}\right)^n + 1320$.

Exercice 4 . Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n+2}{2u_n+1}$.

Soit (v_n) la suite définie par $v_n = \dfrac{u_n-1}{u_n+1}$.

1. Pour tout n, $v_{n+1} = \dfrac{u_{n+1}-1}{u_{n+1}+1} = \dfrac{\dfrac{u_n+2}{2u_n+1}-1}{\dfrac{u_n+2}{2u_n+1}+1} = \dfrac{-u_n+1}{3u_n+3}$.

2. Pour tout n, $v_{n+1} = \dfrac{-u_n+1}{3u_n+3} = -\dfrac{1}{3}\dfrac{u_n-1}{u_n+1} = -\dfrac{1}{3}v_n$.

La suite (v_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $v_0 = \dfrac{u_0-1}{u_0+1} = \dfrac{1}{3}$.

On en déduit que, pour tout n, $v_n = v_0\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n = \dfrac{(-1)^n}{3^{n+1}}$.

3. Pour tout n, on a : $v_n = \dfrac{u_n-1}{u_n+1} \Leftrightarrow v_n(u_n+1) = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n(1-v_n) = v_n+1 \Leftrightarrow u_n = \dfrac{1+v_n}{1-v_n}$.

Donc, pour tout n , $u_n = \dfrac{1+\dfrac{(-1)^n}{3^{n+1}}}{1-\dfrac{(-1)^n}{3^{n+1}}} = \dfrac{3^{n+1}+(-1)^n}{3^{n+1}-(-1)^n}$.