Exercice 1

Dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$, on donne les points A(-4, 3), B(2, -5) et C(-2, 3).

1. $\overrightarrow{AB}(6,-8)$ est un vecteur directeur de D. Une équation cartésienne de la droite D est $4x+3y+c=0$. $C\in D \Leftrightarrow -8+9+c=0 \Leftrightarrow c=-1$. Une équation cartésienne de D est donc $4x+3y-1=0$.

2. $\overrightarrow{BC}(-4,8)$ est un vecteur directeur de D'. Une équation cartésienne de la droite D' est $2x+y+c=0$. $A\in D' \Leftrightarrow -8+3+c=0 \Leftrightarrow c=5$. Une équation cartésienne de D' est donc $2x+y+5=0$.

3. $M(x,y)\in D\cap D'$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x+3y=1 \\ 2x+y=-5 \end{cases} \left|\begin{matrix} -1 \\ 3 \end{matrix}\right|\begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=-16 \\ y=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=11 \end{cases}$$

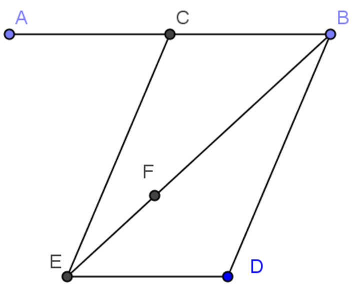
Exercice 2

C = m[AB] et CEDB est un parallélogramme.

F est tel que : $\overrightarrow{EF}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{EB}$.

On se place dans le repère $\left(E,\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EC}\right)$.

1. On a : D(1, 0), A(-1, 1) et F(1/3, 1/3).
2. De là : $\overrightarrow{DA}(-2,\ 1)$ et $\overrightarrow{DF}(-2/3,\ 1/3)$.
3. On constate que $\overrightarrow{DA}=3\overrightarrow{DF}$, donc A, F et D sont alignés.



Exercice 3

1. D_m est la droite de pente m et passant par A(1/2, -2).

La droite d'équation $y=m(x-1/2)-2$ est une droite de pente m et qui passe par A , c'est donc la droite D_m. $y=mx-\dfrac{m}{2}-2$ est donc une équation de D_m.

2. Pour tout M, on a :

$$M(x,y)\in P\cap D_m \Leftrightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ y=mx-\dfrac{m}{2}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x^2 \\ x^2-mx+\dfrac{m}{2}+2=0 \end{cases}$$

Soit $P_m(x)=x^2-mx+\dfrac{m}{2}+2$.

3. Le discriminant de P_m vaut $\Delta_m=m^2-4\left(\dfrac{m}{2}+2\right)=m^2-2m-8$.

4. D_m et P ont un seul point d'intersection lorsque $\Delta_m=0$.

$\Delta_m=m^2-2m-8=(m-1)^2-9=(m-1-3)(m-1+3)=(m-4)(m+2)$.

$\Delta_m=0$ si et seulement si m = 4 ou m = -2.

Ces droites sont les tangentes à la parabole passant par A.

Exercice 4

1. On a : $195 = v \times t = (v+4) \times (t-1)$.

D'où : $t = \frac{195}{v} = \frac{195}{v+4} + 1$.

2. On a :

$$\frac{195}{v} = \frac{195}{v+4} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{195}{v} = \frac{195+v+4}{v+4}$$

$$\Leftrightarrow 195(v+4) = v(195+v+4)$$

$$\Leftrightarrow 780 = v^2 + 4v$$

$$\Leftrightarrow v^2 + 4v - 780 = 0$$

3. $v^2 + 4v - 780 = (v+2)^2 - 28^2 = (v-26)(v+30)$.

On en déduit que v = 26.