# Terminale S5

## Exercice 1

On considère la suite $(u_n)$ définie par $u_0 = 1$ et, pour tout n, $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$.

On pose, pour tout n, $v_n = u_n - 6$.

1. Pour tout n, calculer $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$. Quelle est la nature de la suite $(v_n)$ ?
2. Démontrer que, pour tout n, $u_n = -5\left(\frac{1}{3}\right)^n + 6$.
3. Etudier la convergence de la suite $(u_n)$.

## Exercice 2

On considère la suite $(u_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{u_n + 4}$.

On considère la suite $(v_n)$ définie par $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1. Montrer que la suite $(v_n)$ est une suite géométrique.
2. Ecrire $v_n$ en fonction de n.
3. Calculer $u_n$ en fonction de $v_n$.
4. Calculer $\lim u_n$.

## Exercice 3

On définit la suite $(u_n)$ par $u_0 = 1$ et, pour tout n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + n$.

1. Montrer que la suite $(v_n)$, définie par $v_n = u_n - 2n + 4$, est une suite géométrique.
2. Calculer $v_n$ en fonction de n. En déduire que, pour tout n, $u_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2n - 4$.
3. Montrer que $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i = n^2 - 3n + 6 - \frac{10}{2^{n+1}}$.

## Exercice 4

Soit $(u_n)$ la suite définie par $u_0 = 3$, $u_1 = -1$ et la relation de récurrence :

$u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n$, pour $n \in \mathbb{N}$. (1)

1. Montrer que si une suite géométrique $(q^n)$, $q \neq 0$, vérifie la relation (1), alors sa raison ne peut être que -2 ou 3.

   On pose, pour tout n, $t_n = (-2)^n$, $r_n = 3^n$.
2. Calculer a et b tels que : $u_0 = at_0 + br_0$ et $u_1 = at_1 + br_1$.
3. Pour tout n, posons $w_n = at_n + br_n$.

   Montrer que la suite $(w_n)$ vérifie aussi la relation de récurrence (1).

   En déduire que, pour tout n, $u_n = a(-2)^n + b3^n$. Quelle est la limite de la suite $(u_n)$.