Exercice 1

Soit (a_n) la suite définie par $a_0 = 800$ et, pour tout n, $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 330$.

1. L'algorithme ci-dessous permet de déterminer la plus petite valeur de n à partir de laquelle a_n est supérieur ou égal à 1100.

Recopier cet algorithme en complétant les parties manquantes.

```
Variables      :  n est un entier naturel
                  a est un réel
Initialisation :  Affecter à n la valeur 0
                  Affecter à a la valeur 800
Traitement     :  Tant que a < 1100, faire :
                  |  Affecter à a la valeur ...
                  |  Affecter à n la valeur ...
                  Fin Tant que
Sortie         :  Afficher n
```

2. On pose, pour tout n, $u_n = a_n - 1320$. Montrer que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
3. Exprimer u_n en fonction de n. En déduire que, pour tout n, $a_n = 1320 - 520 \times (0,75)^n$.
4. Quelle est la limite de (a_n).

Exercice 2

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et, pour tout n, $u_{n+1} = u_n + 2n + 2$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. On définit, pour tout n, la suite (v_n) par : $v_n = u_{n+1} - u_n$.

Exprimer v_n en fonction de n. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?

3. On définit, pour tout n, $S_n = \sum_{k=0}^{n} v_k = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

Démontrer que, pour tout n, $S_n = (n+1)(n+2)$.

4. Démontrer que, pour tout n, $S_n = u_{n+1} - u_0$, puis exprimer u_n en fonction de n.

Exercice 3

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 \in]-1,0[$ et, pour tout n, $u_{n+1} = u_n^2 + u_n$.

1. Etudier la monotonie de la suite (u_n).
2. Soit f la fonction définie sur $[-1,0]$ par : $f(x) = x^2 + x$.

Etudier les variations de f sur $[-1,0]$.

En déduire que, pour tout $x \in]-1,0[$, $f(x) \in]-1,0[$.

3. Démontrer par récurrence que, pour tout n, $-1 < u_n < 0$.
4. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
5. Déterminer sa limite.