

Exercice 1

1. Démontrer que l'équation $2x^3 + 3x^2 - 12x + 8 = 0$ admet une unique solution réelle.
2. Utiliser la calculatrice pour donner un encadrement de largeur 10^{-3} de cette solution.

Exercice 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 4x - 5}$.

1. Déterminer le domaine de définition de f .
2. Montrer que, pour tout $x \in D_f$, $f(x) = \sqrt{(x-2)^2 - 9}$.

En déduire que C_f admet un axe de symétrie.

3. Montrer que la droite d'équation $y = x - 2$ est une asymptote à C_f en $+\infty$.
4. A l'aide de la question 2, étudier la branche infinie de C_f en $-\infty$.

Exercice 3

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x-2}}$.

1. Vérifier que f est définie sur $]-\infty, 0] \cup]2, +\infty[$.

Déterminer la limite de f en $-\infty$, $+\infty$ et 2.

2. Étudier la dérivabilité de f en 0.

3. Montrer que, pour tout $x \in]-\infty, 0] \cup]2, +\infty[$, $f'(x) = \frac{x^2(x-3)}{(x-2)^2 f(x)}$.

4. Montrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est asymptote à la courbe en $+\infty$.

Exercice 4

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2(x+2)}{x^2+1}$. On note C la courbe représentative de f .

1. Montrer que $f(x) = x + 2 - \frac{x+2}{x^2+1}$. En déduire que la droite D d'équation $y = x + 2$ est

asymptote à C au voisinage de $\pm\infty$.

2. Étudier la position de C par rapport à D .

3. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$. Étudier le signe de $f'(x)$.

4. Faire le tableau de variations.

5. Donner une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2.