Exercice 1

1 : A 2 : C 3 : B 4. C

Exercice 3

1. A(-2, 8, 4), $\vec{u}(1,5,-1)$, une représentation paramétrique de $d=(A,\vec{u})$ est :

$$\begin{cases} x=\lambda-2 \\ y=5\lambda+8 \\ z=-\lambda+4, \lambda\in\mathbb{R} \end{cases}$$

2. Les plans P et Q ont respectivement pour vecteur normal $\vec{a}(1,-1,-1)$ et $\vec{b}(1,0,-2)$. Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les plans P et Q sont sécants.

$$M(x,y,z)\in d'=P\cap Q \Leftrightarrow \begin{cases} x-y-z=7 \\ x-2z=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=z+4 \\ x=2z+11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2t+11 \\ y=t+4 \\ z=t, t\in\mathbb{R} \end{cases}$$

Le vecteur $\vec{c}(2,1,1)$ est un vecteur directeur de d'.

3. $\vec{u}$ et $\vec{c}$ ne sont pas colinéaires, donc d et d' ne sont pas parallèles. Montrons qu'elles ne sont pas sécantes, pour cela, résolvons le système :

$$\begin{cases} \lambda-2=2t+11 \\ 5\lambda+8=t+4 \\ -\lambda+4=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda-2=2t+11 \\ 5\lambda+8=-\lambda+8 \\ t=-\lambda+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2=19 \\ \lambda=0 \\ t=4 \end{cases}$$

Le système est impossible, donc d et d' ne sont pas sécantes.
d et d' sont non parallèles et non sécantes, donc elles sont non coplanaires.

4. H(-3, 3, 5), H'(3, 0, -4).

a) En prenant $\lambda=-1$ et $t=-4$, on montre que $H\in d$ et $H'\in d'$.

b) On a : $\overrightarrow{HH'}(6,-3,-9)$, $\overrightarrow{HH'}.\vec{u}=\overrightarrow{HH'}.\vec{c}=0$, donc la droite (HH') est perpendiculaire aux droites d et d'.

c) $HH'=\sqrt{36+9+81}=\sqrt{126}=3\sqrt{14}$