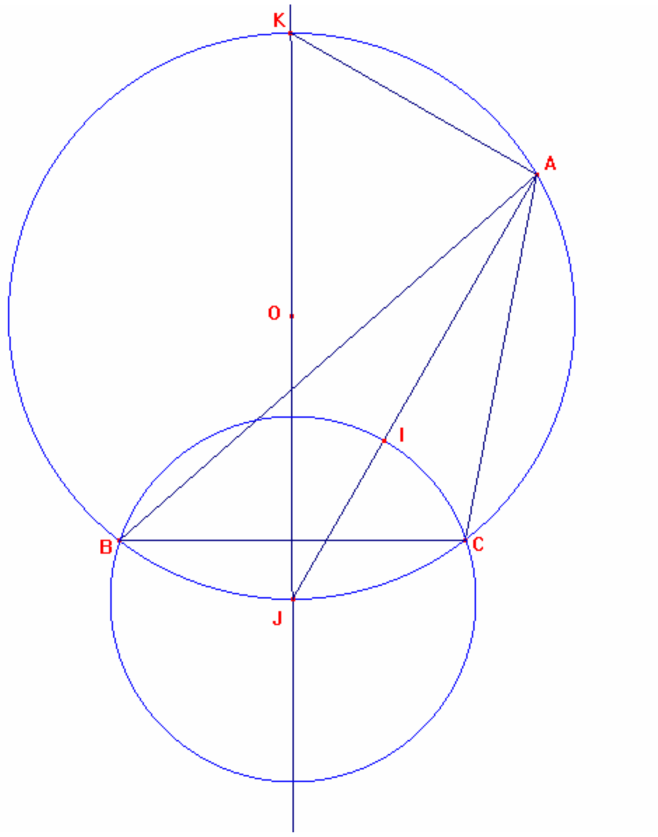

Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de centre O.

(KJ) est la médiatrice de [BC]. J et A ne sont pas sur le même arc $\overset{\frown}{BC}$.
I est le centre du cercle inscrit dans ABC.

Propriété : (AJ) et (AK) sont les bissectrices issues de A dans ABC, et I se trouve sur le cercle de centre J passant par C.

Preuve :
On a :

$$\begin{aligned} 2(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AJ}) &= (\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OJ})[2\pi] \quad \text{propriété de l'angle inscrit} \\ &= (\overrightarrow{OJ},\overrightarrow{OC})[2\pi] \\ &= 2(\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{AC})[2\pi] \end{aligned}$$

$$\text{D'où : } (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AJ}) = (\overrightarrow{AJ},\overrightarrow{AC})[\pi]$$

Donc (AJ) est une bissectrice issue de A dans ABC.
Pour montrer que I se trouve sur le cercle de centre J passant par C, il suffit de montrer que $2(\overrightarrow{IB},\overrightarrow{IC}) = (\overrightarrow{JB},\overrightarrow{JC})[\pi]$.

On a :

$$\begin{aligned} 2(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{CI}) &= 2(\overrightarrow{BI},\overrightarrow{BC}) + 2(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CB}) + 2(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CI})[2\pi] \\ &= (\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}) + 2\pi + (\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA})[2\pi] \\ &= (\overrightarrow{BA},\overrightarrow{AC})[2\pi] \\ &= (\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) + \pi[2\pi] \\ &= (\overrightarrow{JB},\overrightarrow{JC})[2\pi] \end{aligned}$$

CQFD