



On suppose CA est différent de CB , donc (CT) n'est pas perpendiculaire à (AB) .
 Soit (CT) (resp. (CT')) la bissectrice intérieure (resp. extérieure) issue de C dans ABC .

On a : $\sin \widehat{ACT} / AT = \sin \widehat{ATC} / AC$ et $\sin \widehat{TCB} / TB = \sin \widehat{BTC} / BC$, d'où
 $CA/AT = CB/TB$, soit $TA/TB = CA/CB$.

De même : $\sin \widehat{ACT}' / AT' = \sin \widehat{AT'C} / AC$ et $\sin \widehat{BCT}' / T'B = \sin \widehat{BT'C} / BC$, or
 $\sin \widehat{ACT}' = \cos \widehat{ACT} = \cos \widehat{TCB} = \sin \widehat{BCT}'$ et $\sin \widehat{AT'C} = \sin \widehat{BT'C}$, d'où
 $CA/AT' = CB/BT'$, soit $T'A/T'B = CA/CB$.

Si $CA/CB = a$, le cercle de diamètre $[TT']$ est l'ensemble des points M tels que $MA/MB = a$.

En effet :

$$MA = aMB$$

$$\Leftrightarrow MA^2 - a^2MB^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} - a\overrightarrow{MB}) \cdot (\overrightarrow{MA} + a\overrightarrow{MB}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (1-a)(1+a)\overrightarrow{MT}' \cdot \overrightarrow{MT} = 0 \text{ car } \overrightarrow{TA} = -a\overrightarrow{TB} \text{ et } \overrightarrow{T'A} = a\overrightarrow{T'B}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MT}' \cdot \overrightarrow{MT} = 0$$