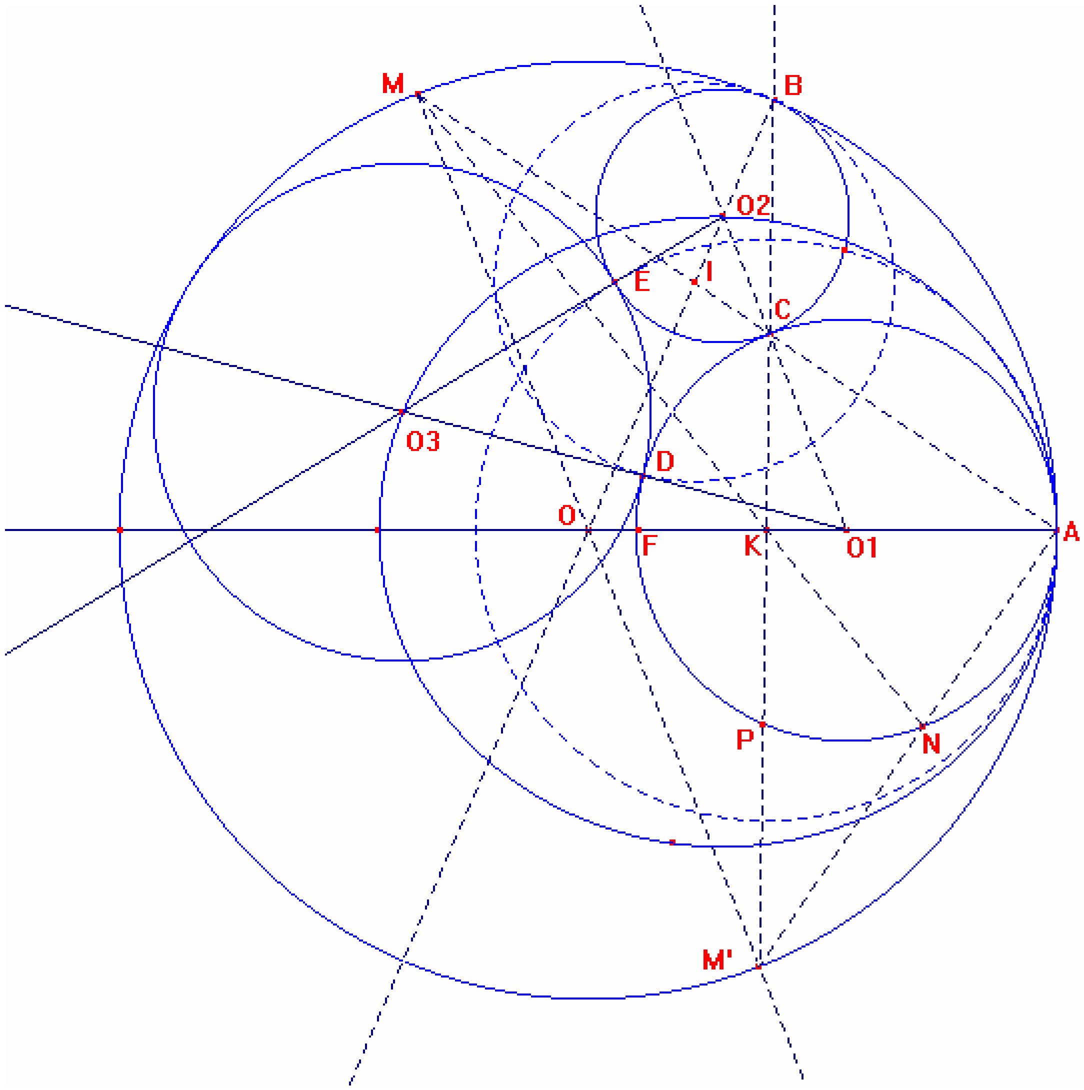

Soit *C* le cercle de centre O et de rayon R et *C1* le cercle de centre O1 et de rayon R1 tangent intérieurement à *C* en A.
Soit C un point de *C1* différent de A. (CA) recoupe *C* en M.
Soit M' le point diamétralement opposé de M. (M'A) recoupe *C1* en N.
D'après une configuration classique, (MN) et (M'C) se coupent sur [OA] en K. A et K sont les centres des deux homothéties qui transforment *C* en *C1*.
Le cercle *C2* est tangent à *C1* en C et à *C* en B.

Construction du centre de C2.
Soit h1 l'homothétie de centre B qui transforme *C* en *C2*, et soit h2 l'homothétie de centre C qui transforme *C2* en *C1*. La composée h2oh1 est une homothétie de rapport négatif qui transforme *C* en *C1,* son centre est donc K. On en déduit que K, C et B sont alignés, ceci permet la construction du point B.
B, O et O2 sont alignés, ainsi que O1, C et O2, O2 est donc à l'intersection de (O1C) et (OB).
Soit I le centre de l'homothétie de rapport négatif transformant *C* en *C2*, I est à l'intersection de (OB) et (CA).

Puissance du point K par rapport à C2.

On a : $p(K,C2)=\overrightarrow{KC}.\overrightarrow{KB}=\overrightarrow{KC}.k\overrightarrow{KP}=k.\overrightarrow{KC}.\overrightarrow{KP}=k.p(K,C1)=k.\overrightarrow{KF}.\overrightarrow{KA}=\overrightarrow{KA}.\overrightarrow{KA}=KA^2$.
Où k est le rapport de l'homothétie de centre K qui transforme *C1* en *C*.
Cette puissance est indépendante du cercle *C2*.

Soit *C3* un cercle tangent à *C,* tangent à *C1* en D et tangent à *C2* en E.
Or E et K ont même puissance par rapport à *C2* et *C3*, donc (EK) est l'axe radical et est la tangente commune. En particulier, on a : KA = KE.

Construction de C3.

E est un des points d'intersection de *C2* et du cercle de centre K et de rayon KA.
On justifie de même que D est un des points d'intersection de *C1* et du cercle de centre I et de rayon IB.
Le centre O3 de *C3* est à l'intersection de (O2E) et de (O1D).

Une définition de l'ellipse.
Soit F et F' deux points distincts tels que FF' < 2a.
L'ensemble des points M tels que MF + MF' = 2a est une ellipse de foyers F et F', 2a étant la longueur du grand axe. (cf. méthode du jardinier pour construire une ellipse)

Lieu des centres de C2 et C3.

On a : O2O1 = R1 + R2 et O2O = R - R2, ainsi O2O1 + O2O = R + R1. On en déduit que le lieu de O2 est une ellipse de foyers O et O1, R + R1 étant la longueur du grand axe.