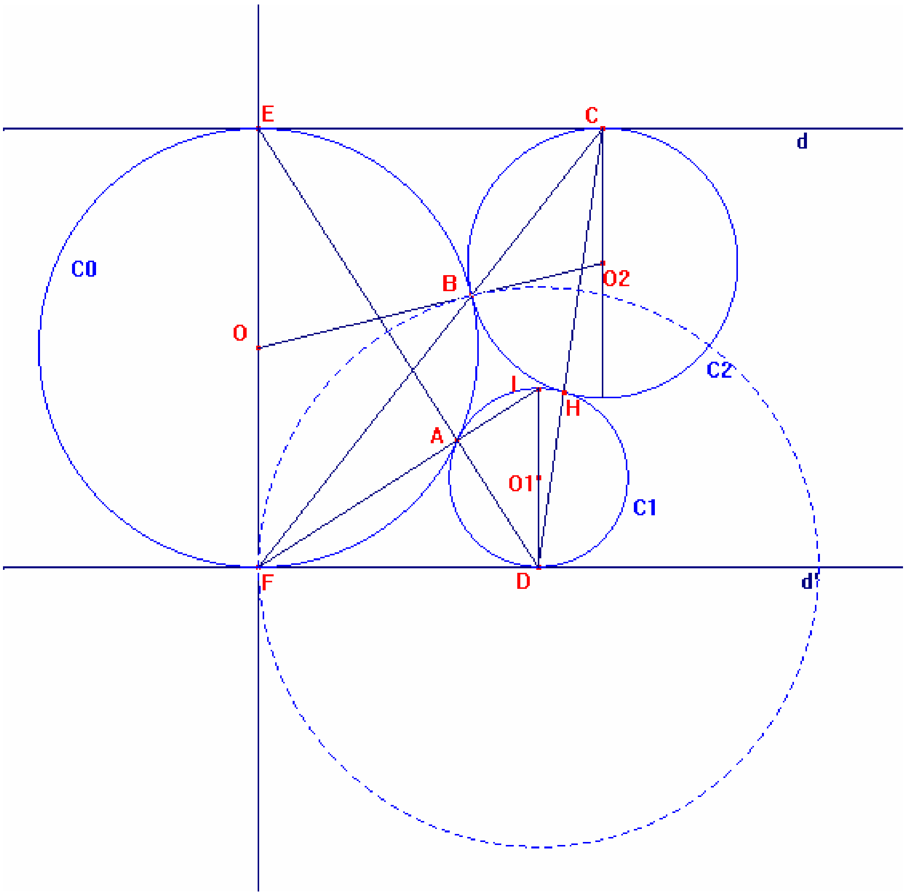


Le problème

Soit C0 un cercle tangent à d et d', deux droites parallèles. Le cercle C1 est tangent à C0 en A et à d' en D. Construire à la règle et au compas le cercle C2 tangent extérieurement à C0 et C1 et tangent à d.

Analyse

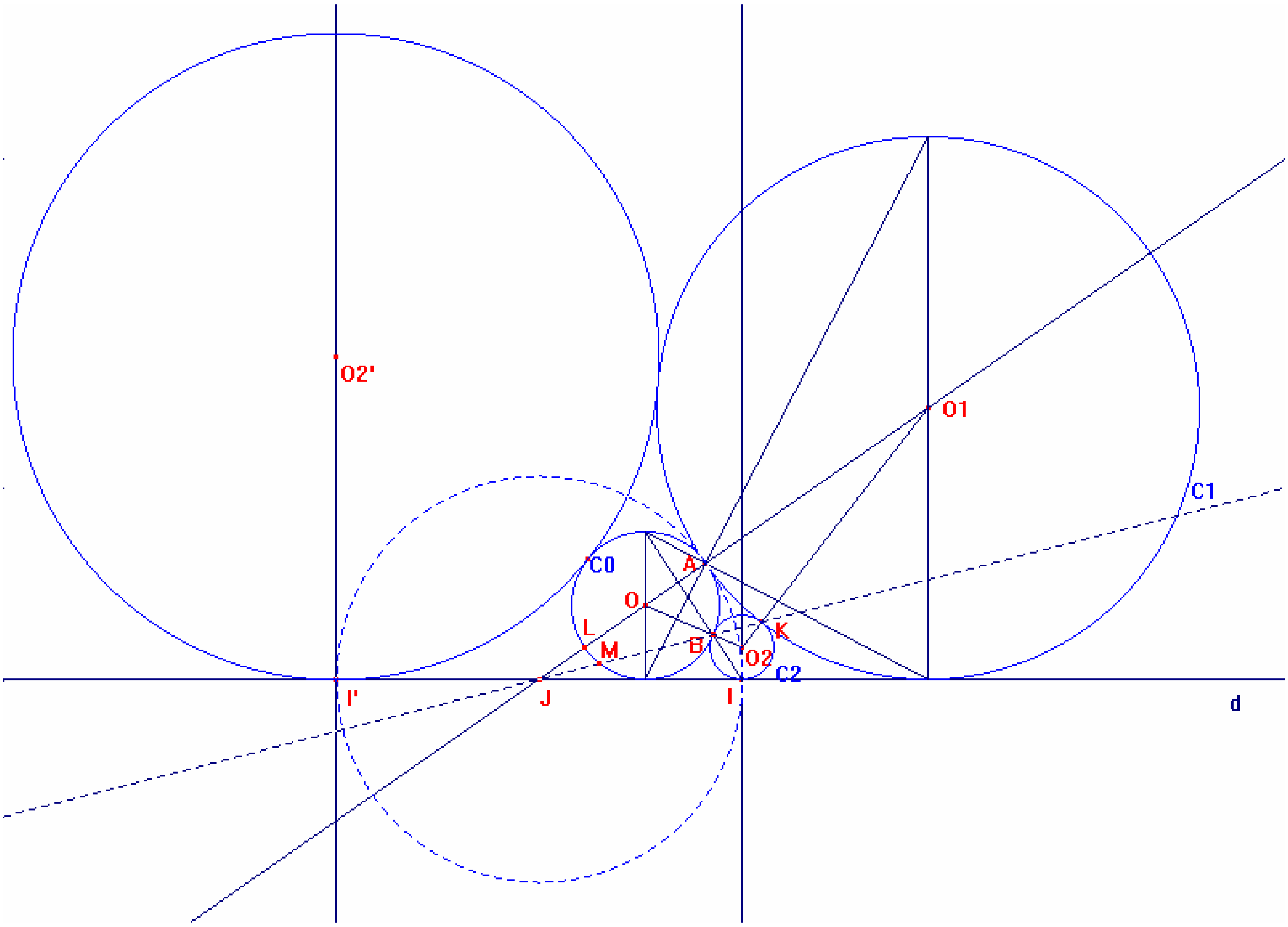
Supposons C2 construit et montrons que D se trouve sur l'axe radical des cercles C0 et C2
(c'est l'axe perpendiculaire à (OO2) et passant par B).
On montrera de même que C se trouve sur l'axe radical des cercles C0 et C1.
On a :

$$\begin{aligned} p(D, C0) &= \overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DE} && \text{(puissance de D par rapport à C0)} \\ &= \overrightarrow{DI}.\overrightarrow{DE} && \text{(car (AI)} \perp \text{(DE))} \\ &= \overrightarrow{DI}.\overrightarrow{DC} && \\ &= \overrightarrow{DH}.\overrightarrow{DC} && \text{(car (IH)} \perp \text{(DC))} \\ &= p(D, C2) && \end{aligned}$$

On en déduit que DF = BD

Synthèse

C0 et C1 sont donnés, on construit le point B. (FB) coupe d en C. L'homothétie de centre B qui transforme F en C, transforme O en O2, d'où la construction de C2.



Le problème

Trois cercles tangents 2 à 2 et tous trois tangents à une même droite. C0 et C1 sont donnés, construire C2.

Analyse

Soit J le centre de l'homothétie de rapport positif k qui transforme C0 en C1, on suppose que les deux cercles sont de rayons différents. D'après un résultat classique, J est aligné avec B et K.
On a :
$p(J, C2) = JI^2 = \overrightarrow{JB}.\overrightarrow{JK} = \overrightarrow{JB}.k\overrightarrow{JM} = k\overrightarrow{JL}.\overrightarrow{JA} = JA^2$.
Donc I appartient au cercle de centre J passant par A.

Synthèse

C0 et C1 tangents en A, le cercle de centre J passant par A coupe d en I et I'. On construit C2 tangent à d en I et tangent à C0.
A partir du point I' on construit une seconde solution.