Consignes à l'attention du candidat :

- L'épreuve orale est constituée d'une préparation de vingt minutes suivie d'un entretien de la même durée.
- L'utilisation d'une calculatrice est autorisée (sauf mention contraire dans l'énoncé du sujet).
- Vous ne pouvez utiliser que le brouillon fourni par l'examinateur.
- La qualité des raisonnements, de l'expression et la précision des justifications prendront une part importante dans l'appréciation de l'interrogation orale.
- Il s'agit d'une épreuve orale, il n'est donc pas indispensable de rédiger sur votre feuille l'ensemble des réponses. Par contre, vous devez être capable d'apporter toutes les justifications nécessaires et demandées lors de l'interrogation orale.
- Le sujet comporte plusieurs questions sur des thèmes différents.
- Vous pouvez admettre le résultat d'une question et traiter la suivante. Il sera cependant tenu compte de cette (ou ces) absence(s) de réponse(s) dans l'évaluation de votre examen oral.
- Des consignes ou des questions supplémentaires pourront être oralement proposées par l'examinateur.
- Si vous ne parvenez pas à lire une information, n'hésitez pas à prévenir l'examinateur.
- Vous devez impérativement rendre l'énoncé à l'issue de l'interrogation.

Mathématiques spé

Exercice 1 : Q.C.M

Pour chaque question, il y a **exactement deux réponses correctes**.
Vous devez indiquer les propositions correctes et justifier votre choix.
Trouver une seule réponse parmi les deux réponses exactes sera pris en considération par l'examinateur.

1. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^{-x}$.
f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = \cdots$

a. e^{-x}.	**b.** 0.	**c.** $\frac{2-x}{e^x}$.	**d.** $xe^{-x} - 1$.	**e.** $e^{-x} - (x-1)e^{-x}$.

2. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-1)e^{-x}$ est telle que :

a. f est croissante sur $[2;+\infty[$.	**b.** f est décroissante sur $[2;+\infty[$.	**c.** $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.	**d.** $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$.	**e.** $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

3. La variable aléatoire X suit une loi normale centrée réduite. $P(-1.5 \leq X \leq 1.5)$ est …

a. environ égale à 0.866 à 10^{-3} près.	**b.** environ égale à 0.5 à 10^{-3} près.	**c.** égale à $1 - P(X > 1.5)$.	**d.** égale à $1 - 2 \times P(X > 1.5)$.	**e.** égale à $0.5 + P(0 \leq X \leq 1.5)$.

4. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. d est la droite passant par $A(-1;2;3)$ et de vecteur directeur $\vec{n}\begin{pmatrix}2\\-1\\3\end{pmatrix}$ et P est le plan d'équation $2x - y + 3z + 2 = 0$.

a. Une représentation paramétrique de d est : $\begin{cases} x = 2t-1 \\ y = -t+3 \text{ où } t \in \mathbb{R}. \\ z = 3t \end{cases}$	**b.** Le point $A(-1;2;3)$ est situé sur le plan P.	**c.** La droite d est parallèle au plan P.	**d.** Le plan P et la droite d sont sécants et se coupent au point $B\left(-2;\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$.	**e.** $\vec{n}$ est un vecteur normal à P.

Exercice 2 :

On considère les matrices Q et M suivantes : $Q = \begin{pmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\end{pmatrix}$ et $M = \begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$

1.a. Montrer que Q est inversible et calculer Q^{-1}.
1.b. Calculer les coefficients de la matrice D définie par $D = Q^{-1}MQ$.
1.c. Calculer D^5.
2. Pour tout naturel n non nul, on note a_n le coefficient de la 1ère ligne et de la 1ère colonne de M^n.
Comment procéder pour exprimer a_n en fonction de n ?

Exercice 1 : Q.C.M

Pour chacune des questions, déterminer la **seule** bonne réponse parmi les quatre qui sont proposées.

Question 1

L'écriture exponentielle du nombre complexe $Z = \dfrac{1+i}{\sqrt{6}-\sqrt{2}\,i}$ est :

a. $Z = \sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$	**b.** $Z = \dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$	**c.** $Z = \dfrac{1}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$	**d.** $Z = \dfrac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

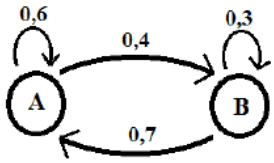
Question 2

n désigne un entier naturel. L'entier $n^2 - 3n - 10$

a. est premier si $n = 6$.	**b.** est différent de 0 pour tout $n \in \square$.	**c.** n'est jamais un nombre premier si $n \geq 5$.	**d.** est premier si n est premier.

Question 3

Une particule peut se trouver dans deux états (A ou B) distincts.
A chaque seconde, la particule peut changer d'état en suivant le graphe probabiliste suivant. A l'instant $t = 0\,s$, la particule est dans l'état A.. La probabilité que la particule soit dans l'état A à $t = 2s$ est :



a. $0,64$	**b.** $0,6$	**c.** $0,36$	**d.** $0,28$

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \ln x$ et on nomme C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1. Démontrer qu'une équation de la tangente T à C_f au point d'abscisse 1 est $y = x - 1$.

2. Conjecturer à l'aide de la calculatrice les positions relatives de T et de C_f.

On considère la fonction h définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = \ln x - x + 1$.

3.a. Étudier les variations de la fonction h sur $]0;+\infty[$.

b. En déduire une démonstration de la conjecture établie à la question 2.

Exercice 1 : **Q.C.M**

Pour chacune des questions, déterminer la **seule** bonne réponse parmi les quatre qui sont proposées.

Question 1

La variable aléatoire X suit la loi normale $N(0;1)$. Alors la probabilité $P(X \leq 1,96)$ est environ égale à :

a. $0,95$	**b.** $0,975$	**c.** $0,475$	**d.** $0,275$

Question 2

$(u_n)_{n\geq 0}$ est définie par $u_0 = -40$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,5u_n$. Quelle proposition est fausse ?

a. $u_4 = -2,5$	**b.** $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite décroissante.	**c.** $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite convergente.	**d.** $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite majorée.

Question 3

a et b désignent deux nombres entiers relatifs.

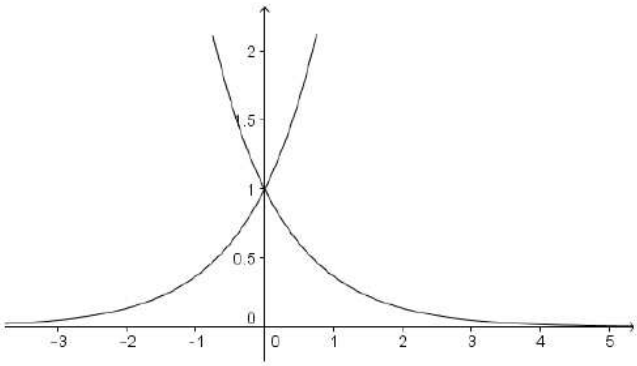
S'il existe un couple (u,v) d'entiers relatifs tel que $au+bv=3$ alors :

a. il est certain que $pgcd(a,b)=3$	**b.** il est certain que a et b sont divisibles par 3.	**c.** $(a,b)=(25,35)$	**d.** il est certain que $pgcd(a,b)\leq 3$

Exercice 2 :

On considère les fonctions f et g définies sur **R** respectivement par $f(x)=e^x$ et $g(x)=e^{-x}$.

On nomme C_f et C_g leur représentation graphique dans le repère orthogonal ci-contre.



1. Reproduire la figure ci-contre et préciser quelle courbe est C_f et quelle courbe est C_g.

On considère la fonction h définie sur **R** par $h(x)=\begin{cases} e^x \ si\ x\leq 0 \\ e^{-x}\ si\ x\geq 0 \end{cases}$.

2. Représenter la fonction h dans votre repère.

Pour tout entier naturel non nul n, on pose $I_n = \int_{-n}^{n} h(x)\,dx$.

3. a. Hachurer dans votre repère un domaine du plan dont l'aire (en u.a.) est égale à l'intégrale I_2.

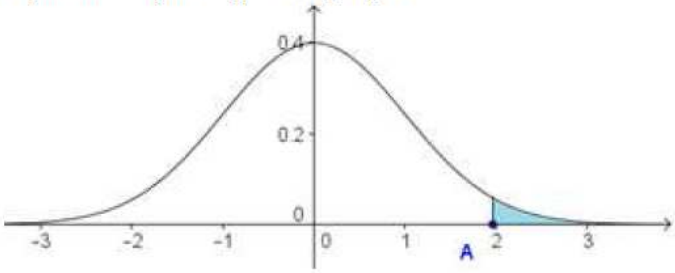
b. Déterminer par le calcul la valeur exacte de I_2 puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

Mathématiques non spé

Exercice 1 : Q.C.M

Pour chacune des questions, déterminer la bonne réponse parmi les quatre qui sont proposées.

Question 1. On donne la courbe de la fonction densité de la loi normale centrée réduite N(0,1) :



Les coordonnées du point A sont (1,96 ; 0).
L'aire colorée est environ égale à :

a. 2	**b.** 0,5	**c.** 0,05	**d.** 0,025

Question 2. a et b sont deux réels quelconques.

a. $e^a - e^b = e^{\frac{a}{b}}$	**b.** $\ln(a-b) = \dfrac{\ln a}{\ln b}$	**c.** $\ln(e^a) = 1$	**d.** $e^{a+b} = e^a e^b$

Question 3.

a. Une suite croissante est majorée	**b.** Une suite décroissante est majorée	**c.** Une suite convergente est croissante et majorée	**d.** Une suite majorée est minorée

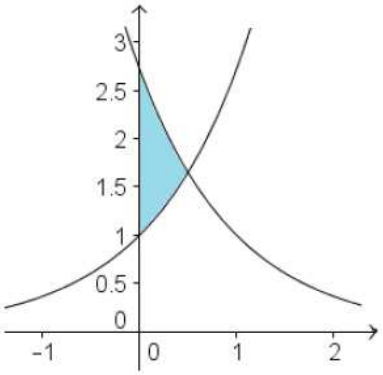
Question 4.
Dans l'espace, deux droites (d) et (d') sont définies par leurs représentations paramétriques :

$$(d):\begin{cases} x = t-2 \\ y = 2t \\ z = -t+1 \end{cases},\ t \in \square \quad (d'):\begin{cases} x = -3k-2 \\ y = 2k \\ z = k+1 \end{cases},\ k \in \square$$

a. Les droites (d) et (d') sont perpendiculaires.	**b.** Les droites (d) et (d') sont confondues.	**c.** Les droites (d) et (d') sont parallèles.	**d.** Les droites (d) et (d') ne sont pas coplanaires.

Exercice 2 :

On considère les fonctions f et g définies sur **R** par $f(x) = e^{1-x}$ et $g(x) = e^x$.
Leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé sont données ci-contre.

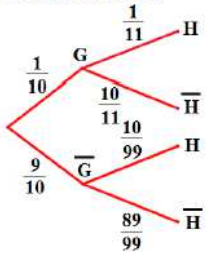


1. Attribuer à chacune des fonctions sa courbe représentative.
2. Étudier les variations de f et de g sur **R**.
3. Expliquer comment on peut calculer l'aire grisée.
4. On voudrait savoir s'il existe-t-il une ou plusieurs tangentes communes aux deux courbes. Que doit-on faire ?

Exercice 1 : Q.C.M

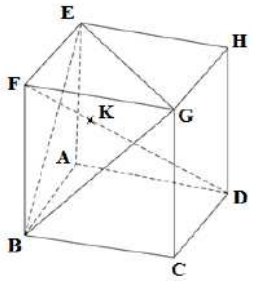
Pour chacune des questions, déterminer les affirmations qui sont vraies et celles qui sont fausses.

Question 1. On donne l'arbre de probabilité ci-contre.



a. $P_G(\overline{H}) = \dfrac{10}{11}$	**b.** $P(G \cap \overline{H}) = \dfrac{1}{11}$
c. $P(H) = \dfrac{1}{10}$	**d.** $P_H(G) = \dfrac{1}{11}$

Question 2. On considère le cube $ABCDEFGH$ et on définit le repère orthonormé $\left(O; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



a. La droite (FD) a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = t \\ y = -t+1, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = t \end{cases}$	**b.** Le vecteur $\vec{n}(1;-1;1)$ est un vecteur normal du plan (BEG).	**c.** Une équation cartésienne du plan (BEG) est $x - y + z = 1$.	**d.** Les coordonnées de K, le point d'intersection du plan (BEG) et de la droite (FD) sont $\left(\dfrac{2}{3}; -\dfrac{1}{3}; -\dfrac{2}{3}\right)$.

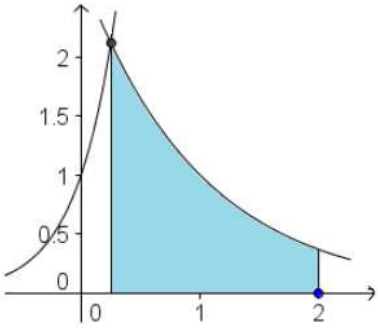
Question 3.

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 3$ et pour tout entier n, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{4}$.

a. La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique de raison 0,25.	**b.** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$	**c.** $u_5 = \dfrac{3}{1024}$	**d.** La suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante et majorée.

Exercice 2 :

On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = e^{1-x}$ et $g(x) = e^{3x}$.
Leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé sont données ci-contre.



1. Attribuer à chacune des fonctions sa courbe représentative.
2. Étudier les variations de f et de g sur **R**.
3. Expliquer comment on peut calculer l'aire grisée.
4. On voudrait savoir s'il existe-t-il une ou plusieurs asymptotes communes aux deux courbes. Que doit-on faire ?

Exercice 1 : Q.C.M

Pour chacune des questions, déterminer la bonne réponse parmi les 4 qui sont proposées.

1. On considère l'espace rapporté à un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} x = -2 + 3t + 2s \\ y = s \\ z = 4 - t + 3s \end{cases} \quad avec\ t \in \mathbb{R}, s \in \mathbb{R}$$

Ce système d'équations est une représentation paramétrique :

a. de la droite passant par le point A(-2 ; 0 ; 4) et de vecteurs normaux $\vec{u}$ (3 ;0 ;-1) et $\vec{v}$(2 ;1 ;3).	**b.** du plan d'équation cartésienne $x - 11y + 3z - 10 = 0$.	**c.** de la droite passant par le point A(-2 ; 0 ; 4) et de vecteur directeur $\vec{u}$(1 ; -11 ; 3).	**d.** du plan passant par le point A(-2 ; 0 ; 4) et de vecteur normal $\vec{u}$(1 ; 0 ; 3) .

2. On considère le plan complexe rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.
On considère le point A d'affixe $z = -1 + i$.

a. La forme trigonométrique de z est $z = -\sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$	**b.** $\lvert z\rvert = 0\ et \arg(z) = \frac{3\pi}{4}$	**c.** $\lvert z\rvert = 2\ et \arg(z) = \frac{3\pi}{4}$	**d.** $\lvert z\rvert = \sqrt{2}\ et \arg(z) = \frac{3\pi}{4}$

3. On considère la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = e^x + \ln(x)$
Une primitive F de cette fonction f sur $[1 ; +\infty[$ est définie par :

a. $F(x) = e^x + \frac{1}{x}$	**b.** $F(x) = e^x + \frac{1}{2}(\ln(x))^2$	**c.** $F(x) = e^x + x\ln(x) - x$	**b.** $F(x) = e^x + \frac{1}{2}\ln(x^2)$

4. On considère la fonction f définie sur $[1 ; +\infty[$ par : $f(x) = e^x + \ln(x)$
La valeur moyenne de f sur $[1 ; e]$ est égale à :

a. $e - 1$	**a.** $\frac{1}{e-1}(e^e + \frac{1}{e} - e - 1)$	**c.** $\frac{1}{e-1}\left(e^e - \frac{1}{2}\right)$	**d.** $\frac{e^e}{e-1} - 1$

Exercice 2 :

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x^2 + x + 3$.
On considère C la courbe représentative de f dans un repère du plan.

1. Résoudre $f(x) > 0$.
2. En quel(s) point(s), la courbe C admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?

Partie B

On considère la fonction g définie sur I = $]0 ; +\infty[$ par $g(x) = -2x^2 + x + 4 + 3\ln(x)$.
On considère C' la courbe représentative de g dans un repère du plan.

1. Étudier les variations de la fonction g sur I et ses limites aux bornes de I.
2. En quel(s) point(s), la courbe C' admet-elle une tangente parallèle à l'axe des abscisses ?
3. a. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet deux solutions sur I.
   b. Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} pour chacune d'elles.

Exercice 1 : **Q.C.M**

Pour chacune des questions, déterminer la bonne réponse parmi les 3 qui sont proposées.

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on appelle (D) la droite d'équations paramétriques

$\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = -3-t \end{cases}$, $t \in \mathbf{R}$, (P) le plan d'équation cartésienne : $x+2y-3z-1=0$.

Question 1

a. Le point $\mathrm{M}(1;1;1)$ appartient à (P).	**b.** Le point $\mathrm{N}(0;-1;-1)$ appartient à (P).	**c.** Le point $\mathrm{R}(3;0;1)$ appartient à (P).

Question 2

a. Le vecteur $\vec{u}(1;2;-3)$ est un vecteur directeur de (D).	**b.** Le vecteur $\vec{u}(-2;1;1)$ est un vecteur directeur de (D).	**c.** Le vecteur $\vec{u}(3;1;-4)$ est un vecteur directeur de (D).

Question 3

a. Le plan (Q_1) d'équation cartésienne $x+2y-3z+1=0$ est perpendiculaire à (P).	**b.** Le plan (Q_2) d'équation cartésienne $4x-5y-2z+3=0$ est perpendiculaire à (P).	**c.** Le plan (Q_3) d'équation cartésienne $-3x+2y-z-1=0$ est perpendiculaire à (P).

Question 4

a. (D) est incluse dans (P)	**b.** (D) est strictement parallèle à (P)	**c.** (D) est sécante à (P)

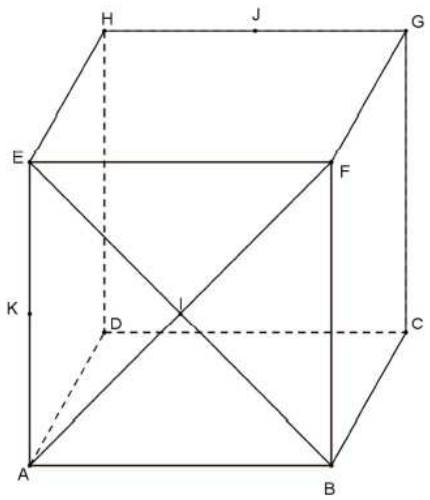
Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur **R** par $f(x)=e^x\left(e^x-2\right)$.

1. Déterminer la limite de f quand x tend vers $+\infty$, puis quand x tend vers $-\infty$
2. Étudier les variations de f sur **R.**
3. Écrire une équation de la tangente D à la courbe représentative de f au point d'abscisse $\ln 2$.

Exercice 1 :

Dans cette question, ABCDEFGH est la représentation en perspective cavalière d'un cube.
I est le point d'intersection des droites (AF) et (EB).
J est le milieu de [HG] ; K est le milieu de [EA].



Une seule de ces affirmations est vraie. Laquelle ? Justifier.
a. Les droites (AB) et (IJ) sont sécantes.
b. Les droites (HE) et (IC) sont sécantes.
c. Les droites (AB) et (KJ) sont sécantes.

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 50 + \frac{1}{1+e^{-x}}$

1. Conjecturer le sens de variation de f ainsi que sa limite en $+\infty$ grâce à la calculatrice graphique.
2. Démontrer ces conjectures.
3. Comment déterminer l'aire comprise entre la courbe représentative de f, la droite d'équation $y = 50$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$?

Exercice 1 : Q.C.M

Pour chacune des questions, déterminer la **seule** bonne réponse parmi les quatre qui sont proposées.

Question 1

A et B sont deux événements d'un univers Ω tels que $p(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = \frac{1}{6}$ et $p_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{1}{4}$.

a. $p(\mathrm{A}) = \frac{3}{2}$	**b.** $p(\mathrm{A}) = \frac{1}{24}$	**c.** $p(\mathrm{A}) = \frac{2}{3}$	**d.** $p(\mathrm{A}) = \frac{1}{12}$

Question 2

Dans le plan complexe, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives a, b et c.

Si $\frac{a-b}{c-b} = -i$, alors le triangle ABC est :

a. isocèle et non rectangle	**b.** équilatéral	**c.** isocèle rectangle	**d.** rectangle et non isocèle

Question 3

La suite $(u_n)_{n \geq 0}$ vérifie pour tout entier $n \geq 1$: $2 - \frac{3}{n} \leq u_n \leq 2 + e^{-n}$. Alors la suite $(u_n)_{n \geq 0}$:

a. est convergente	**b.** n'a pas de limite	**c.** tend vers $-\infty$	**d.** on ne peut pas savoir

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}^*$ par $f(x) = \frac{2\,\mathrm{e}^x + 1}{1 - \mathrm{e}^x}$ et on nomme C_f sa représentation graphique dans un repère orthonormal.

1. Justifier que f est définie sur $\mathbf{R}^*$.
2. a. Montrer que la droite Δ, d'équation : $y = -2$, est asymptote à la courbe C_{f} en $+\infty$.

   b. Étudier la position relative de C_{f} et Δ.
3. Utiliser la calculatrice pour conjecturer les variations de f. Comment pourrait-on démontrer ces résultats ?