# FICHE METHODE sur la LOI BINOMIALE

## I) A quoi sert la loi binomiale ?

**a) Exemples :**

①. *On lance dix fois de façons indépendantes une pièce équilibrée de un euro !*

*Quelle est la probabilité de faire 6 fois Pile ?* $210\times\left(\frac{1}{2}\right)^6\times\left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0{,}205 \approx 20\%$

②. *On jette 20 fois de façons indépendantes un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8 !*

*Quelle est la probabilité de faire 5 fois 8 points ?* $15504\times\left(\frac{1}{8}\right)^5\times\left(\frac{7}{8}\right)^{15} \approx 0{,}06 \approx 6\%$

③. *On choisit au hasard et de manières indépendantes, 10 noms dans un groupe de 800 filles et 1200 garçons ! ( on peut tomber plusieurs fois sur le même nom )*

*Quelle est la probabilité d'obtenir 9 filles ?* $C_{2000}^{9}\times\left(\frac{800}{2000}\right)^9\times\left(\frac{1200}{2000}\right)^1 \approx 0{,}001$

**b) Remarques :**

*Quand on répète un certain nombre de fois (par exemple 20 fois ) et de manières indépendantes une même expérience aléatoire ( par exemple, lancer une pièce de monnaie ). On cherche la probabilité qu'arrive par exemple 10 fois un même événement ( par exemple « pile » )*

*La loi binomiale résume la méthode pour calculer la probabilité cherchée.*

## II) Qu'est ce qu'une probabilité ?

**Définition 1 : ( LOI BINOMIALE )**

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale B(n , p ) avec
n et p deux entiers naturels avec $0 \le p \le n$.

(1) : *X ne prend que les n +1 valeurs* {0 , 1 , 2 , … n }

(2) : Pour tout entier k avec $0 \le k \le n$ on a : $\boxed{p(X = k) = C_n^k\, p^k\,(1-p)^{n-k}}$ .

Avec $\boxed{C_n^p = \dfrac{n!}{p!\,(n-p)!}}$

Avec $\boxed{n! = n\times(n-1)\times(n-2)\times\ldots\times 1}$

**Exemple :**

X suit une loi binomiale B( n =10 , p = 0,2 )

$P(X = 4) = C_{10}^{4}\times 0{,}2^4\times 0{,}8^{10-6} = 0{,}09$

**Propriété 1 :** **( LOI BINOMIALE )**

Si les conditions suivantes sont vérifiées :

(1) : On répète n fois une même expérience aléatoire ( $n > 0$)
(2) : Les expériences sont indépendantes
(3) : Pour chaque expérience, il y a deux issues : $\begin{cases} \text{"Succès" de probabilité : } p \\ \text{"échec" de probabilité : } 1 - p \end{cases}$
( $0 \leq p \leq 1$ )
(4) X = nombre de succès parmi les n expériences.
Alors
X suit une loi binomiale B (n , p ) .

**Exemple :**

On jette 20 fois de façons indépendantes un dé équilibré à 8 faces numérotées de 1 à 8 !
Soit X le nombre de fois que l'on obtient 8 points parmi les 20 lancers.

(1) : On répète 20 fois une même expérience aléatoire.
(2) : Les expériences sont indépendantes
(3) : Pour chaque expérience, il y a deux issues : $\begin{cases} \text{"Succès" de probabilité : } \frac{1}{8} \\ \text{"échec" de probabilité : } \frac{7}{8} \end{cases}$
(4) X = nombre de succès parmi les 20 expériences.

Les conditions sont vérifiées donc X suit une loi binomiale B $(20 , \frac{1}{8})$ .

**Propriété 2 :** **( ESPERANCE ET VARIANCE )**

Si X suit une loi binomiale B (n , p )
Alors L'espérance de X est $\boxed{E(X) = n \times p}$
La Variance de X est $\boxed{V(X) = n \times p \times ( 1 - p )}$

**Exemple :**

Si X suit une loi B ( n = 10 ; p = 0,6 )
Alors $E(X) = 10 \times 0{,}6 = 6$
$V(X) = 10 \times 0{,}6 \times ( 1 - 0{,}6) = 2{,}4$.