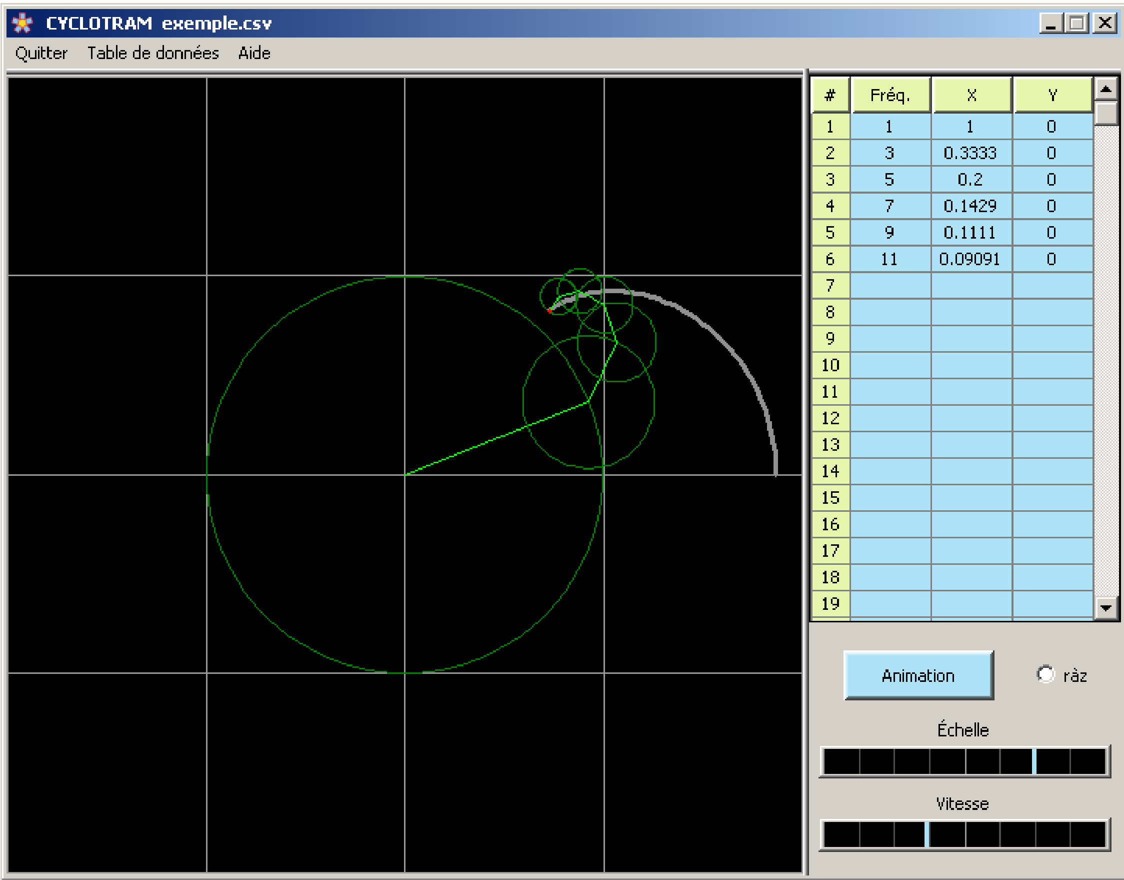
CYCLOTRAM

Simulation de la transformée de Fourier discrète et inverse

12 octobre 2019



La fenêtre du programme comporte :

- le plan complexe à gauche,
- le tableau des composantes (au plus 25),
- des boutons de commande.

Boutons :

- Animation : pour démarrer ou d’arrêter l’animation,
- ràz : pour ramener l’animation au début (t = 0),
- Échelle : pour réduire ou de dilater l’image (zoom),
- Vitesse : pour ralentir ou accélérer l’animation.

L’animation consiste à calculer :

$$z = \sum (X + jY) e^{jFt}$$

Chaque élément de la somme correspond à une ligne du tableau (composante). Il est matérialisé dans le graphique sous forme d’un rayon et d’un cercle. Le point Z de coordonnées z est matérialisé par un point rouge et une traînée.

Le logiciel démarre avec les dernières valeurs utilisées. Il permet de sauvegarder ou de charger le contenu du tableau. Le format utilisé est ‘CSV’ strict, sans en-tête (valeurs séparées par des virgules).

Lorsque l’on modifie les valeurs du tableau, l’animation s’arrête. La touche [Retour] permet de passer à la valeur suivante. Pour quitter le mode édition, il suffit de cliquer en dehors du tableau ou d’appuyer sur la touche [Échap].

Ce logiciel permet d’illustrer la transformée de Fourier discrète :

- analogie mécanique,
- la réalité des fréquences négatives,
- et de nombreuses courbes paramétrées.

`cyclotram.exe` est un programme 64 bits et peut être installé n’importe où, sauf dans **`Program Files`** à cause des contraintes de sécurité trop contraignants de Windows. Il génère un fichier `cyclotram.ini`, situé dans le même répertoire que `cyclotram.exe` et qui contient les paramètres d’exécution (position, taille et dernier fichier utilisé).

Pour supprimer ce programme, il suffit d’effacer le répertoire qui le contient.

Exemple : Épicycloïdes et hypocycloïdes

De telles courbes correspondent à un cercle mobile C_m qui roule sans glisser sur un cercle fixe C_f, à l'extérieur ou à l'intérieur de celui-ci.

On en déduit que l'on a 2 composantes avec F_1 et F_2 non nuls, et que le point Z de coordonnées z a une vitesse nulle lorsqu'il est en contact avec le cercle C_f.

Vitesse de Z :

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \sum_i \left(X_i + jY_i\right) F_i \, j \, e^{jF_i t}$$

Pour 2 composantes, et en fixant le contact $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$ à $t = 0$, on a :

$$F_1 X_1 + F_2 X_2 = 0$$
$$F_1 Y_1 + F_2 Y_2 = 0$$

Fixons la 1ère composante à $\begin{bmatrix} F_1 = 1 \\ X_1 = -1 \\ Y_1 = 0 \end{bmatrix}$, il reste alors $X_2 = 1/F_2$ et

$Y_2 = 0$

On peut remarquer que si F_1 et F_2 sont de même signe, cela correspond à une épicycloïde (les 2 composantes tournent dans le même sens) et si F_1 et F_2 sont de signes opposés, on a une hypocycloïde.

La 2e composante correspond au cercle C_m, mais le 1ère composante ne correspond pas au cercle C_f.

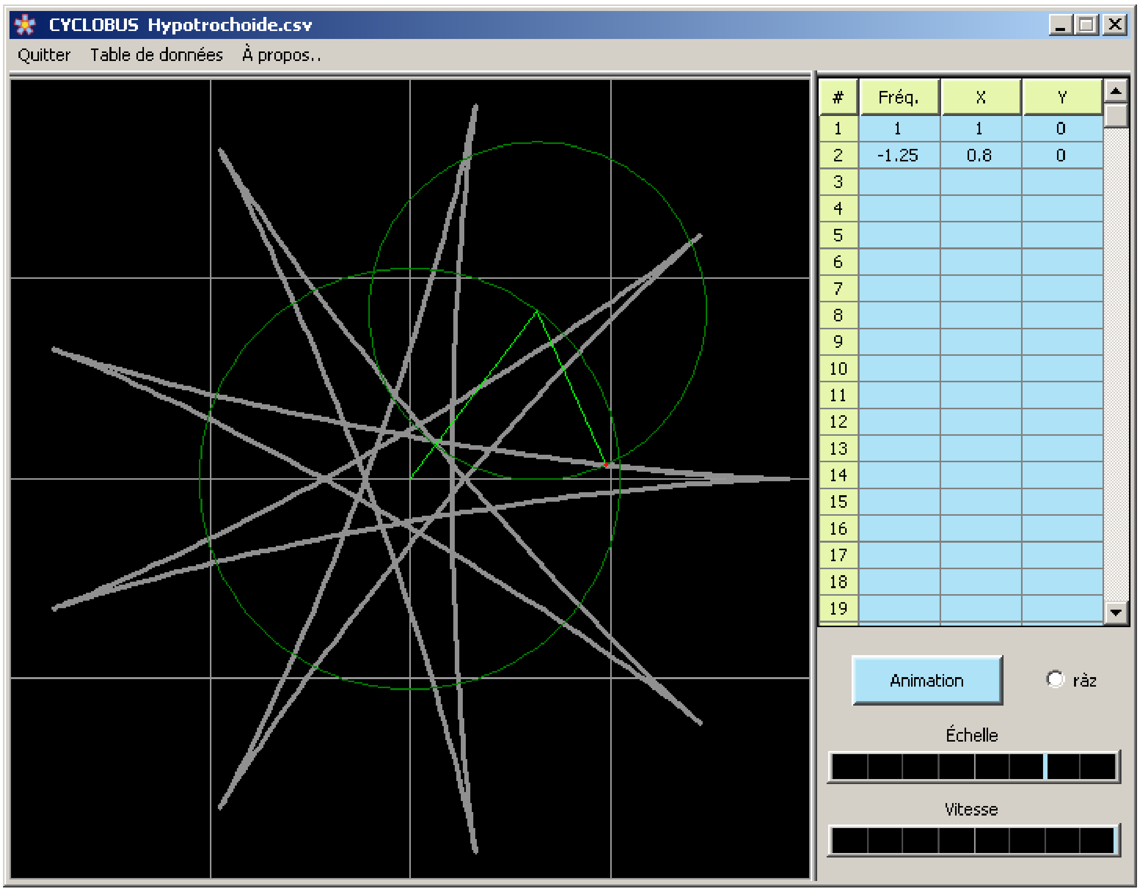
Suivant que F_1 et F_2 sont de même signe ou non, le rayon de C_f est :

$$R_f = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} \mp \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}$$

Les animations que le programme permet de réaliser illustrent ces solutions et sont esthétiques, comme tant d'objets mathématiques.

Autres exemples à 2 composantes : épitrochoïdes hypotrochoïdes, Spirographe™, moteur Wankel.

Hypocycloïde :



Épicycloïde :