

Exercices sur les fonctions homographiques

1) Quels sont les ensembles de définition des expressions suivantes :

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+3}$$

$$g(x) = \frac{5}{x-1} - 4$$

$$h(x) = \frac{1-x}{3x+7}$$

2) Résoudre les inéquations suivantes :

$$\frac{x+5}{1-x} > 0$$

$$\frac{2x-1}{x+2} \leq 3$$

3) Etude de fonction

Exemple 1

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x-6}{x-2}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) montrer que pour tout $x \neq 2$ il existe un réel k tel que :

$$f(x) = 1 + \frac{k}{x-2}$$

3) calculer les variations de f puis présenter son tableau de variation.

4) Tracer la courbe représentative C_f .

5) lire graphiquement les solutions de l'inéquation $f(x) \leq 0$ puis retrouver votre résultat par le calcul.

Exemple 2

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{2x-4}{x+3}$

1) Quel est l'ensemble de définition de f ?

2) montrer que pour tout $x \neq -3$ il existe un réel k tel que :

$$f(x) = \frac{k}{x+3} - 2$$

3) calculer les variations de f puis présenter son tableau de variation.

4) Soit la droite d'équation $y = -2$

- Calculer le signe de $f(x) + 2$
- En déduire sur quel intervalle on a $f(x) < -2$ puis $f(x) > -2$. Qu'en déduisez vous sur la position de la courbe par rapport à la droite d'équation $y = -2$
- Tracer la courbe représentative C_f et la droite d'équation $y = -2$

Exemple 3

Une entreprise lance un nouveau produit. L'évolution des ventes mensuelles est donnée par la formule suivante :

$$V(x) = \frac{60x}{x+5}$$

Où $V(x)$ est la production en milliers d'unités pour le mois $n^\circ x$

1) étude de la fonction V , pour $x \in [0 ; 100]$

a) Montrer que l'on peut écrire $V(x) = 60 - \frac{300}{x+5}$

b) Etudier les variations de V pour $x \in [0 ; 100]$. Présenter son tableau de variation

c) Compléter le tableau de valeurs suivant au millier d'euros près, puis tracer la courbe :

x	0	5	10	20	25	45	100
V(x)							

d) Démontrer que pour quelque soit le nombre de mois, les ventes ne dépasseront jamais 60 000 unités par mois