Correction des exercices sur les dérivées

1) Fonctions polynômes :

$f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 5$

$f'(x) = 3x^2 - 4\times 2x + 7 + 0$

$f'(x) = 3x^2 - 8x + 7$

Cette dérivée n'est pas factorisable avec les connaissances de STG

$g(x) = 2x^3 + 12x + 1$

$g'(x) = 2\times 3x + 12$

$g'(x) = 6x^2 + 12$

$g'(x) = 6(x^2 + 2)$

$x^2 + 2$ est de la forme $a^2 + b^2$ donc n'est pas factorisable

---

$h(x) = 3x - 1$

$h'(x) = 3$

$k(x) = x^4 - 2x^2$

$k'(x) = 4x^3 - 4x$

$k'(x) = 4x(x^2 - 1)$

$x^2 - 1$ est de la forme $a^2 - b^2$ on peut donc factoriser cette expression :

$k'(x) = 4x(x + 1)(x - 1)$

$l(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 4}{3}$

l(x) n'est pas une fonction rationnelle, le numérateur est un diviseur constant on ne le dérive pas

$l'(x) = \dfrac{4x - 7}{3}$

2) Fonction rationnelle

$f(x) = x + \frac{1}{x}$

$f\,'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

Mise sous forme de fraction unique :

$f\,'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$

Factorisation du numérateur :

$f\,'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$

$g(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

g est de la forme $\frac{1}{v}$ avec $v(x) = x^2 + 4$

on a donc $v'(x) = 2x$

$g'(x) = -\frac{v'(x)}{v^2(x)}$

$g'(x) = -\frac{2x}{(x^2+4)^2}$

$h(x) = \frac{2x+1}{3x-2}$

h est de la forme $\frac{u}{v}$ avec $u(x) = 2x + 1$et $v(x) = 3x - 2$

donc

$u'(x) = 2$

$v'(x) = 3$

$h'(x) = \frac{u'(x)\,v(x) - u(x)\,v'(x)}{v^2(x)}$

$h'(x) = \frac{2(3x-1) \; - 3(2x+1)}{(3x-2)^2}$

$h'(x) = \frac{6x - 2 - 6x - 3}{(3x-2)^2}$

$h'(x) = -\frac{5}{(3x-2)^2}$

$I(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x}$

$I'(x) = \frac{1}{2} - \frac{2}{x^2}$

Réduction au même dénominateur

$I'(x) = \frac{x^2 - 4}{2x^2}$

Factorisation du numérateur

$I'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{2x^2}$