

L'ETUDE D'UNE FONCTION

Étape par étape

A utiliser si vous n'avez pas POWERPOINT.

Dans la fenêtre « *zoom* » il faut sélectionner « *page entière* »

Le sujet

Soit la fonction f définie sur par : $f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$ sur $[-1;4]$

Et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unités 2cm sur les abscisses et 1 cm sur les ordonnées.

- 1) Etude de cette fonction : dérivée et variations.
- 2) Calculer l'équation de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 2
- 3) Tracer la courbe et sa tangente

Dérivée et variation

- On commence par calculer la dérivée de f

Dérivée et variation

- On commence par calculer la dérivée de f


$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3x^2$$

Dérivée et variation

- On commence par calculer la dérivée de f

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$


Dérivée et variation

- On commence par calculer la dérivée de f

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 8x + 0$$

Dérivée et variation

- Pour pouvoir étudier le signe la dérivée de f , il faut d'abord la factoriser sous forme de produits

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

Dérivée et variation

- Pour pouvoir étudier le signe la dérivée de f , il faut d'abord la factoriser sous forme de produits

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

- On remarque que x est facteur commun

Dérivée et variation

- Pour pouvoir étudier le signe la dérivée f' de f , il faut d'abord la factoriser sous forme de produits

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

- On remarque que x est facteur commun

Ce qui donne :

$$f'(x) = x(3x - 8)$$

Dérivée et variation

- Pour pouvoir étudier le signe la dérivée de f , il faut d'abord la factoriser sous forme de produits

$$f'(x) = 3x^2 - 8x$$

- On remarque que x est facteur commun

$$f'(x) = x(3x - 8)$$

- Cette factorisation nous permet de de savoir si la dérivée s'annule

Dérivée et variation

- Recherche des éventuelles solutions de l'équation $f'(x) = 0$

$$x(3x - 8) = 0$$

Dérivée et variation

- Recherche des éventuelles solutions de l'équation $f'(x) = 0$
 $x(3x - 8) = 0$
- Le premier facteur est x donc la dérivée est nulle pour $x = 0$

Dérivée et variation

- Recherche des éventuelles solutions de l'équation $f'(x) = 0$
 $x(3x - 8) = 0$
- Le premier facteur est x donc la dérivée est nulle pour $x = 0$
- Le deuxième facteur est $3x - 8$ donc la dérivée est nulle pour $3x - 8 = 0$ soit pour $x = 8/3$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1

X varie de -1

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	4

X varie de -1
à 4

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	4

On place les valeurs de x qui annulent la dérivée

$$X = 0$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	$8/3$	4

On place les valeurs de x qui annulent la dérivée

$$X = 0$$

Puis

$$X = 8/3$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-			

On étudie le signe du premier facteur

De -1 à 0 x est négatif

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0		

On étudie le signe
du premier facteur

x est nul

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	

On étudie le signe
du premier facteur

Puis x est positif

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+

On étudie le signe
du premier facteur

x est encore positif

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-			

On étudie le signe
du deuxième
facteur

Pour $x < 8/3$

$8x - 3$ est < 0

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-		-	

On étudie le signe
du deuxième
facteur

Pour $x < 8/3$

$8x - 3$ est < 0

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	-	0	

On étudie le signe
du deuxième
facteur

Pour $x = 8/3$

$$8x - 3 = 0$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	-	0	+

On étudie le signe du deuxième facteur

Pour $x > 8/3$

$8x - 3$ est positif

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	-	0	+
Signe f'	+			

Le signe de la dérivée se calcule en utilisant la règle des signes d'un produit

$$(-) \times (-) = +$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	-	0	+
Signe f'	+	0		

Le signe de la dérivée se calcule en utilisant la règle des signes d'un produit

Pour $x = 0$ la dérivée est nulle

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	-	+
Signe f'	+	0	-	+

Le signe de la dérivée se calcule en utilisant la règle des signes d'un produit

$$(+)\times(-) = -$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	0

Le signe de la dérivée se calcule en utilisant la règle des signes d'un produit

Pour $x = 8/3$ la dérivée est **nulle**

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f


x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	-	+
Signe f'	+	0	-	+

Le signe de la dérivée se calcule en utilisant la règle des signes d'un produit

$$(+)\times(+)=+$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	-	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Les variations de f se déduisent du signe de la dérivée

Pour $x < 0$ la dérivée est > 0

Donc f est croissante

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	-	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Les variations de f se déduisent du signe de la dérivée

Pour $0 < x < 8/3$ la dérivée est < 0

Donc f est décroissante

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Les variations de f se déduisent du signe de la dérivée

Pour $x > 8/3$ la dérivée est > 0

Donc f est croissante

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = -1$

$$f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)^2 + 1$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = -1$

$$f(-1) = -1 - 4 + 1$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f				

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = -1$

$$f(-1) = -1 - 4 + 1 = 4$$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	$8/3$	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f	-4	1		

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = 0$

$f(0) = 1$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f	-4	1	-8,48	

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = 8/3$

$f(8/3) \approx -8,48$

Dérivée et variation

- Tableau du signe de f' et des variations de f

x	-1	0	8/3	4
x	-	0	+	+
$8x - 3$	-	0	+	+
Signe f'	+	0	-	+
Variations de f	-4	1	-8,48	1

Il reste à écrire les valeurs de f

Pour $x = 4$

$f(4) = 1$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'ordonnée de ce point est

$$f(2) = 2^3 - 4 \times 2^2 + 1$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'ordonnée de ce point est

$$f(2) = 8 - 16 + 1$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'ordonnée de ce point est

$$f(2) = -7$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'ordonnée de ce point est

$$f(2) = -7$$

Le coefficient directeur de la tangente est

$$a = f'(2) = 3 \times 2^2 - 8 \times 2$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'ordonnée de ce point est

$$f(2) = -7$$

Le coefficient directeur de la tangente est

$$a = f'(2) = 12 - 16 = 4$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

On doit donc calculer l'équation d'une droite passant par un point M de coordonnées $(2 ; -7)$ et de coefficient directeur $a = -4$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 1

On doit donc calculer l'équation d'une droite passant par un point M de coordonnées $(2 ; -7)$ et de coefficient directeur $a = -4$

Soit donc une droite d'équation : $y = -4x + b$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

On doit donc calculer l'équation d'une droite passant par un point M de coordonnées $(2 ; -7)$ et de coefficient directeur $a = -4$

Soit une droite d'équation : $y = -4x + b$

Pour calculer b , on remplace x et y par les coordonnées de M dans l'équation :

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

On doit donc calculer l'équation d'une droite passant par un point M de coordonnées $(2 ; -7)$ et de coefficient directeur $a = -4$

Soit une droite d'équation : $y = -4x + b$

Pour calculer b , on remplace x et y par les coordonnées de M dans l'équation :

$$a \times x + b = y$$
$$-4 \times 2 + b = -7$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

On doit donc calculer l'équation d'une droite passant par un point M de coordonnées $(2 ; -7)$ et de coefficient directeur $a = -4$

Soit une droite d'équation : $y = -4x + b$

Pour calculer b , on remplace x et y par les coordonnées de M dans l'équation :

$$b = -7 + 8 = 1$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :
 $y = -4x + 1$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

On connaît déjà le point $M(2 ; -7)$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

On connaît déjà le point $M(2 ; -7)$

Il nous faut donc un deuxième point de la tangente

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

On connaît déjà le point $M(2 ; -7)$

Pour $x = 1$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

On connaît déjà le point $M(2;-7)$

Pour $x = 1$

$$\text{On a } y = -4 \times 1 + 1 = -3$$

Equation de la tangente

On veut calculer l'équation de la tangente au point d'abscisse 2

L'équation de la tangente est donc :

$$y = -4x + 1$$

Pour tracer cette droite il nous faut les coordonnées de deux points :

On connaît déjà le point $M(2;-7)$

Pour $x = 1$

On a $y = -4 \times 1 + 1 = -3$

Soit le deuxième point $N(1 ; -3)$

Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

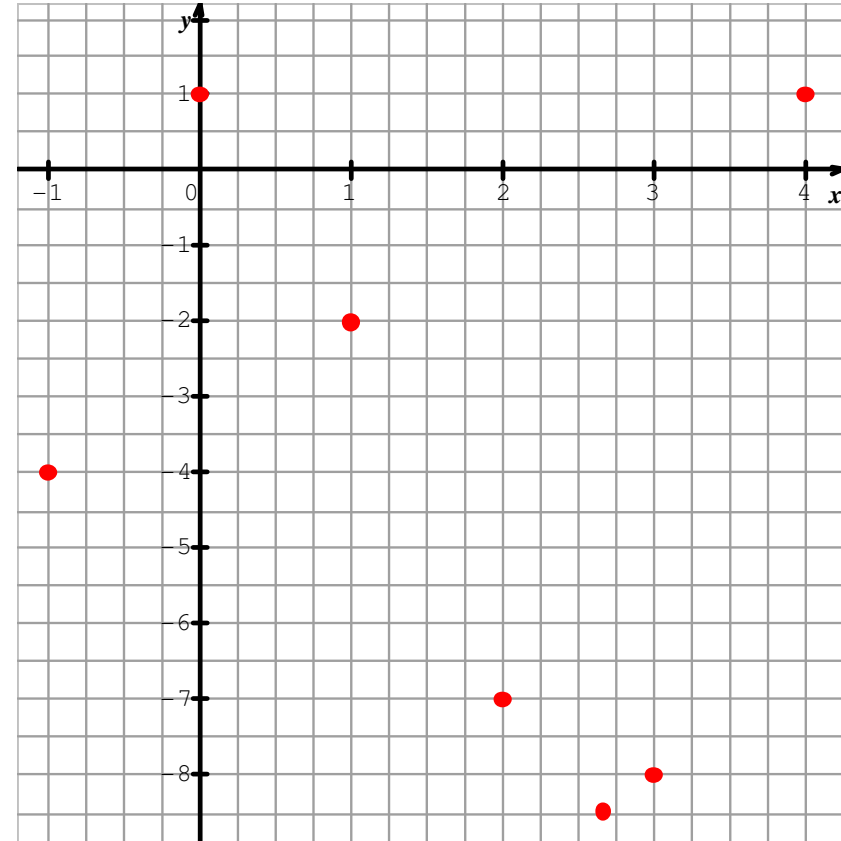
x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

Ensuite on place les sept points dans le repère



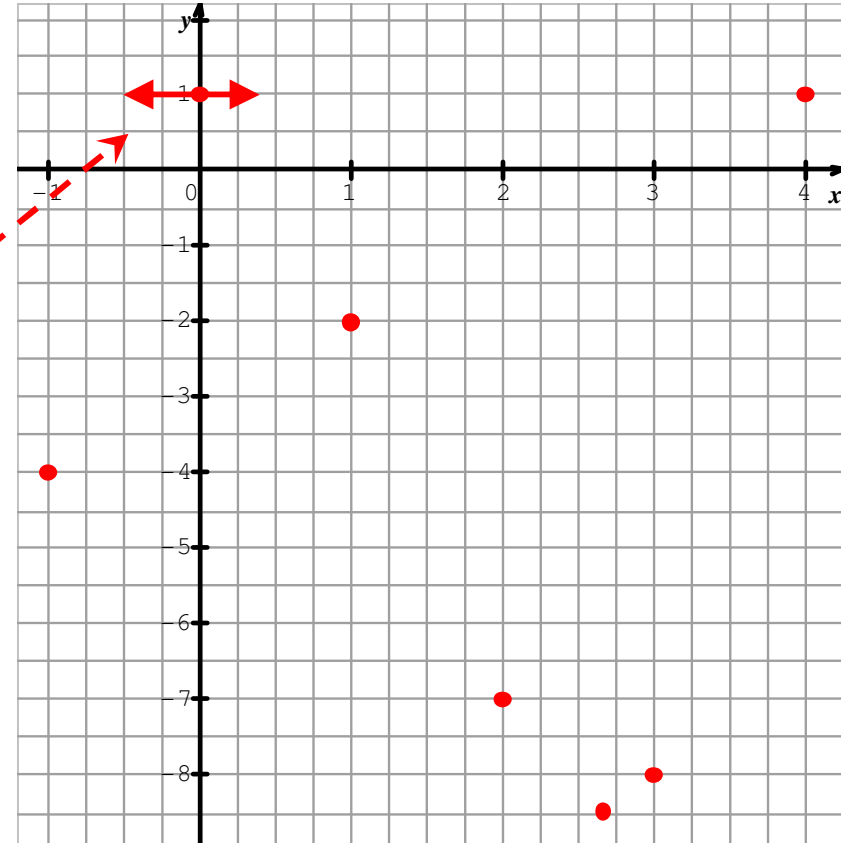
Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On trace les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$



Tracer de la courbe

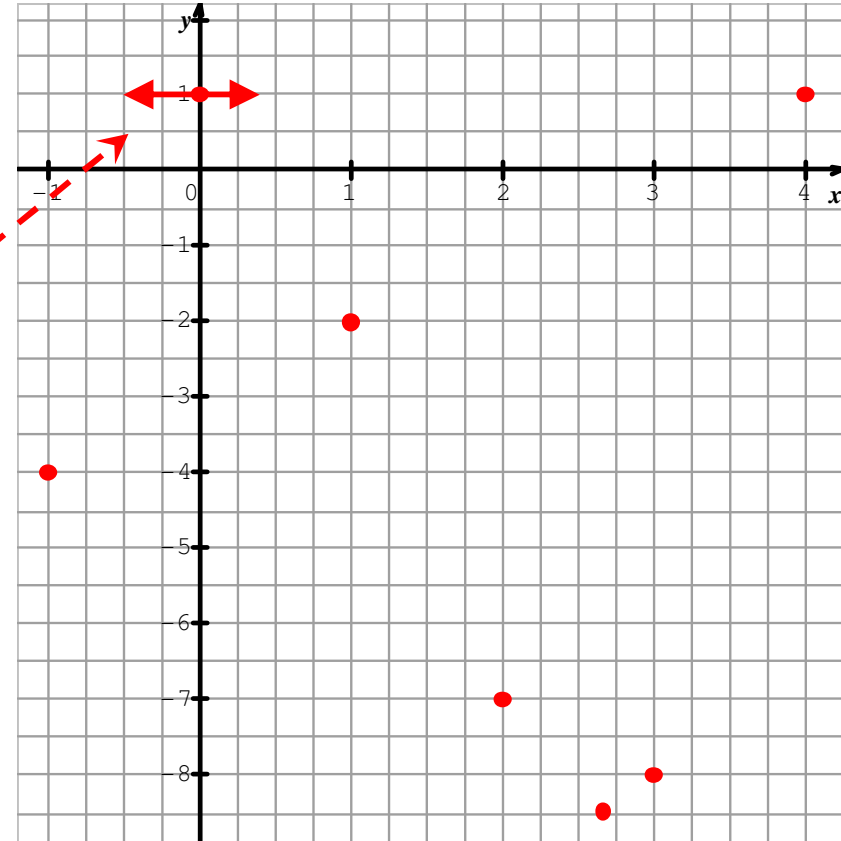
On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On trace les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Car $f'(0) = 0$



Tracer de la courbe

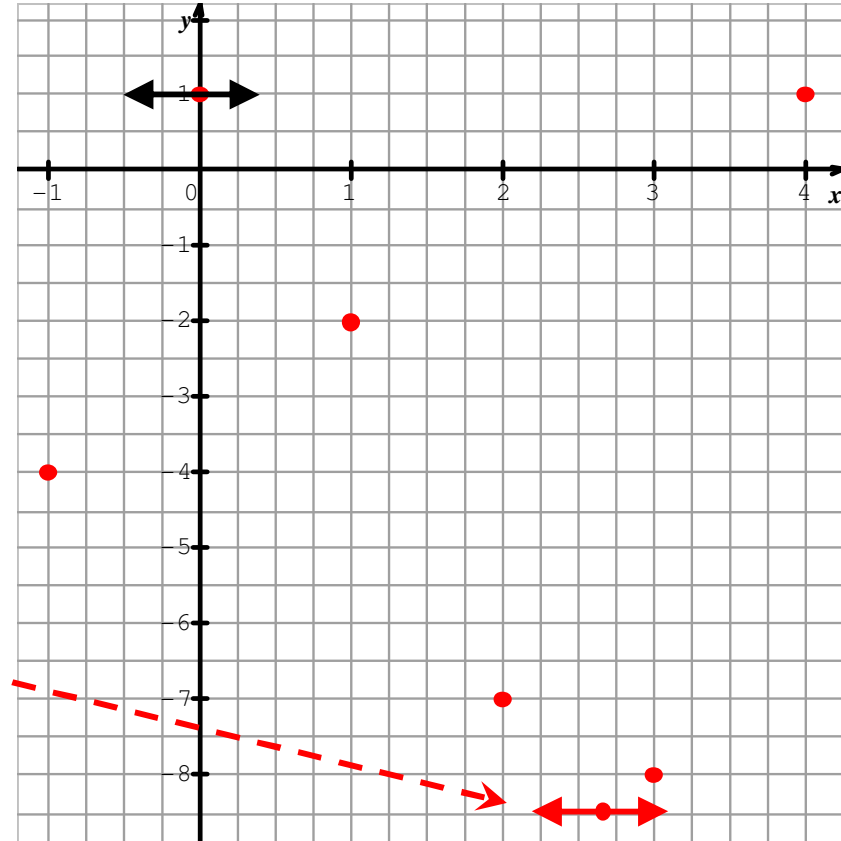
On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On trace les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$



Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

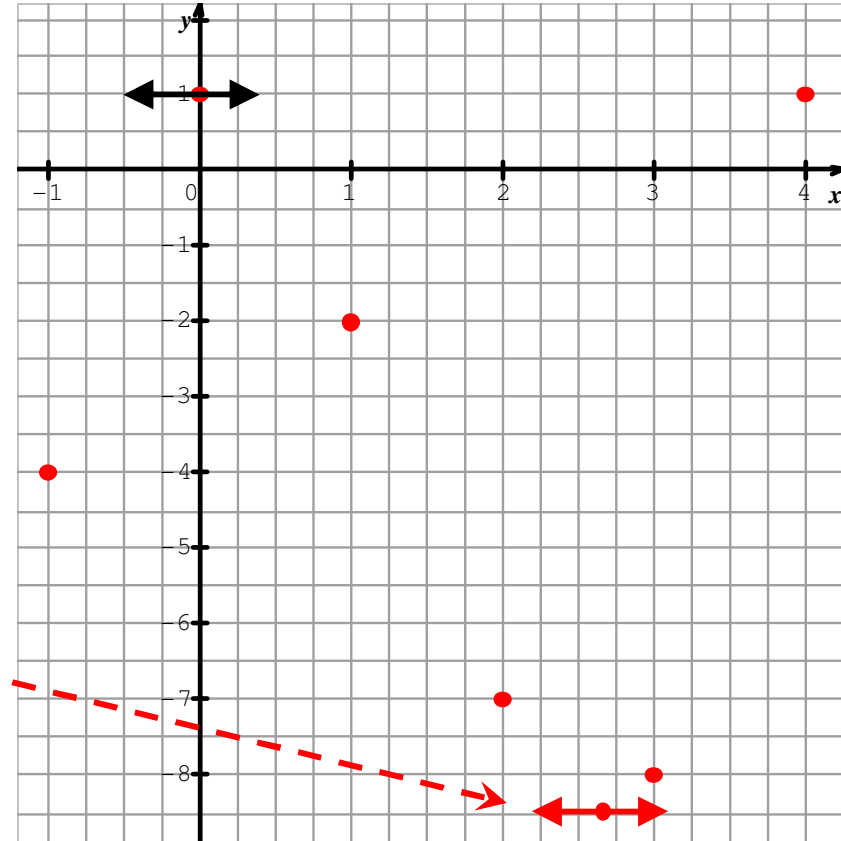
x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On trace les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$

Car $f'(8/3) = 0$



Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

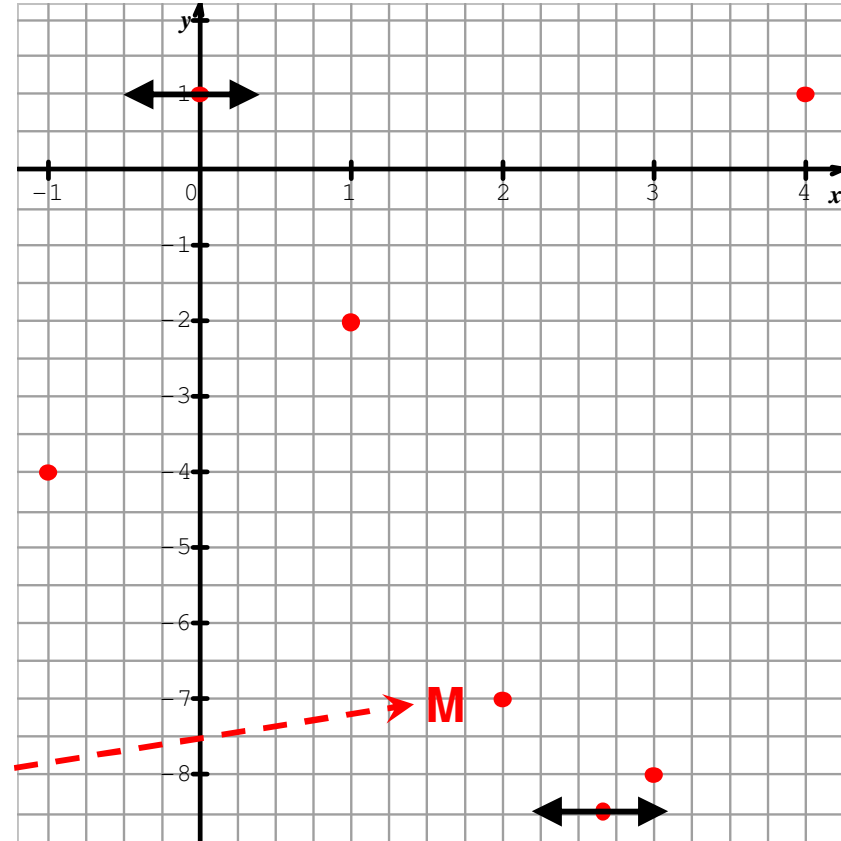
On a tracé les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$

Ensuite on trace la tangente en M

Le point M est déjà placé



Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

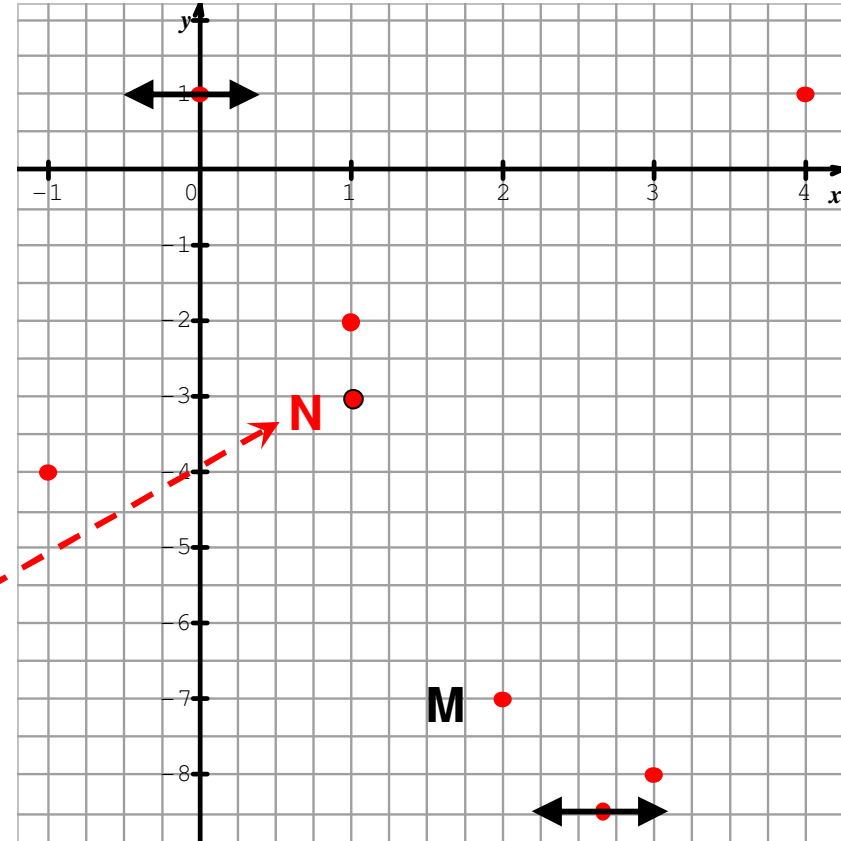
On a tracé les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$

Ensuite on trace la tangente en M

On place le point N



Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

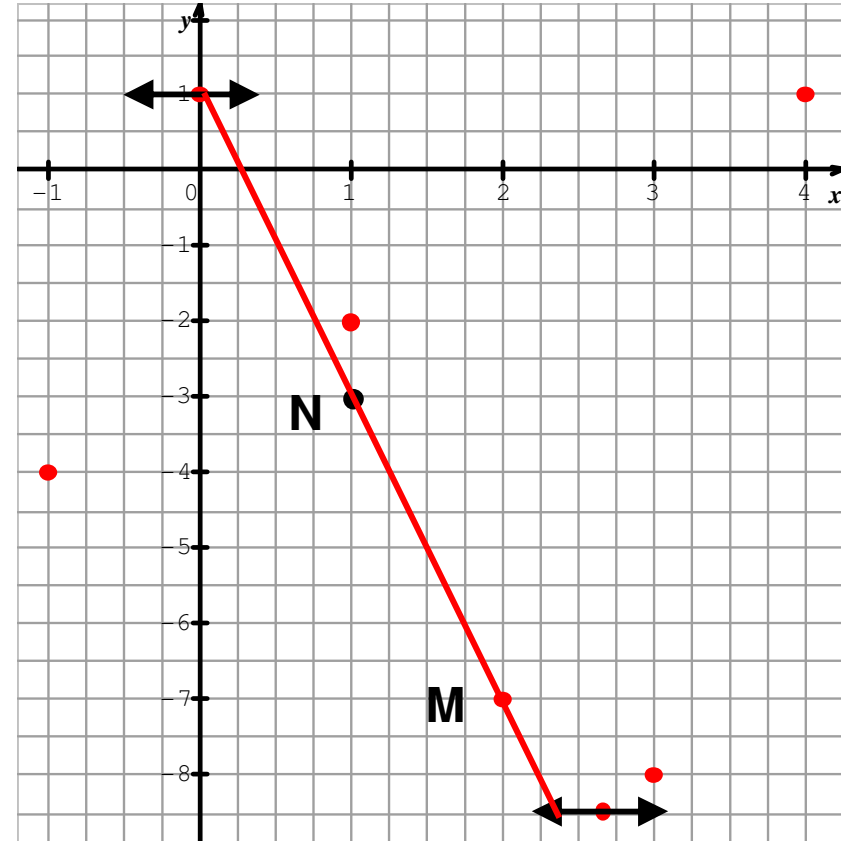
x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On a tracé les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$

Et on trace la droite (MN)



Tracer de la courbe

On commence par faire un tableau de valeurs en n'oubliant pas la valeur $x = 8/3$

x	-1	0	1	2	8/3	3	4
f(x)	-4	1	-2	-7	-8,48	-8	1

On a tracé les tangentes horizontales

La première pour $x = 0$

Et la deuxième pour $x = 8/3$

On a tracé la tangente (MN)

Enfin on trace la courbe

