Correction des exercices sur tangentes et sécantes

Exercice 1

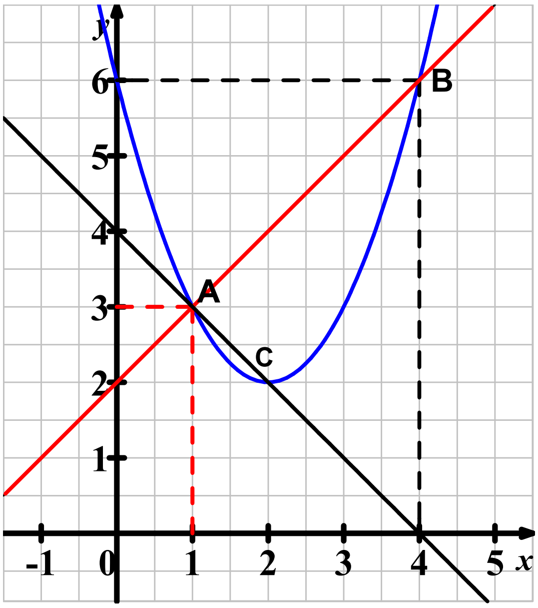


Tableau de valeur :

x	0	1	2	3	4
f(x)	4	3	2	3	4

Equation de la séquente *(AB)*
On à *A(1 ;3)* et *B(4 ;6)*

Calcul du coefficient directeur $a = \dfrac{6\ -3}{4-1} = 1$

Pour calculer *b* on a deux méthodes possibles

$y = x + b$
A(1 ;3) est un point de la droite donc :
$3 = 1 + b \Leftrightarrow b = 3 - 1 = 2$
La sécante a pour équation
$y = x + 2$

Utilisation de la formule
$y = a(x - x_o) + y_o$
$y = 1(x-1) + 3 = x - 1 + 3$
et on retrouve l'équation
$y = x + 2$

La droite d'équation $y = 4 - x$ coupe la courbe en *A(1 ;3)* et *C(2 ;2)*
Cette droite est aussi une sécante à la courbe

Exercice 2

La tangente a un point de contact avec la courbe, c'est le point *A(2 ;3)*
Il faut trouver un deuxième point appartenant à cette tangente. On choisi de préférence un point à coordonnées entières, par exemple le point *B(0 ;7)*

Calcul du coefficient directeur $a = \dfrac{7\ -3}{0-2} = -2$

Pour calculer *b* on a deux méthodes possibles

$y = x + b$
B(0 ;7) est un point de la droite donc :
$7 = -2\times 0 + b \Leftrightarrow b = 7$
La tangente a pour équation
$y = -2x + 7$

Utilisation de la formule
$y = a(x - x_o) + y_o$
$y = -2\ (x-0) + 7$
et on retrouve l'équation
$y = -2x + 7$

On aurait pu aussi remarquer que le point *B(0 ; 7)* de la droite est sur l'axe des ordonnées. Donc l'ordonnée à l'origine est *b =7*

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 est égal à –2 donc $f\,'(3) = -2$

Exercice 3

De f(3) = 7 on déduit que le point de contact de la tangente avec la courbe a pour coordonnées (3 ;7)
Le coefficient directeur de la tangente est $a = f'(3) = -2$
Son équation est :
$y = -2(x-3) + 7 = -2x + 6 + 7 \ \Leftrightarrow\ y = -2x + 7$

Exercice 4

Tangente en *A* :
Soient les points *A(0 ;2)* et *M(1,5 ; 8)*

$a = \dfrac{8-2}{1,5-0} = \dfrac{4}{1,5} = \dfrac{8}{3}$

$\dfrac{8}{3}$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 donc $f'(0) = \dfrac{8}{3}$

Tangente en *B* :
Ici inutile de se lancer dans des calculs savants. La tangente est horizontale donc *a =0*
0 est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2 donc $f'(2) = 0$

Tangente en *C* :
Soient les points C*(3 ;5)* et *M(1,5 ; 8)*

$a = \dfrac{8-3}{1,5-3} = -\dfrac{5}{1,5} = -\dfrac{10}{3}$

$-\dfrac{10}{3}$ est le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 3 donc $f'(3) = -\dfrac{10}{3}$

Exercice 5

La tangente coupe l'axe des ordonnées en y = 5 donc l'ordonnée à l'origine *b* est positive,ce qui élimine la réponse a)
Le coefficient directeur est $a = -2 < 0$ or seule l'équation c) a un coefficient directeur < 0. La bonne réponse est donc la réponse c)

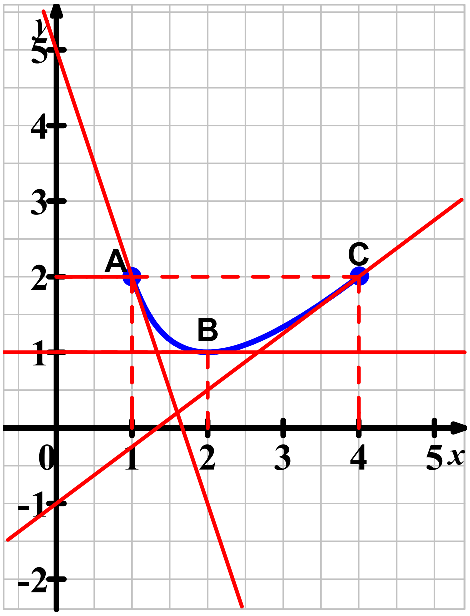
Exercice 6

Pour x = 2 on a dans l'équation de la tangente $y = -3\times 2 + 5 = -1$
Le point *M(2 ;-1)* est le point de contact entre la courbe et sa tangente c'est donc un point de la courbe. On en déduit que $f(2) = -1$
le coefficient directeur de la tangente est $a = -3$.
Or le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 2 est égal au nombre dérivé $f'(2)$, donc $f'(2) = -3$

Exercice 7

La dérivée de f est f' définie par :
$f'(x) = 2x + 1$
Le point d'abscisse 2 a pour ordonnée $y = f(2) = 2^2 + 2 - 2 = 4$
Le coefficient directeur de la tangente est $a = f'(2) = 2\times 2 + 1 = 5$
L'équation de cette tangente est :
$y = 5(x - 2) + 4 \Leftrightarrow y = 5x - 6$

Exercice 8



$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2} = \frac{x^2 - 4}{x^2}$ *(c'est une bonne habitude d'écrire une dérivée sous forme de fraction unique)*

Equation de la tangente au point *A* d'abscisse 1 :
L'ordonnée de *A* est $y = f(1) = 1 + 4 - 3 = 2$
le coefficient directeur est $a = \frac{1^2 - 4}{1^2} = -3$
L'équation de la tangente est $y = -3(x - 1) + 2 \Leftrightarrow y = -3x + 5$

Equation de la tangente au point *B* d'abscisse 2 :
Equation de la tangente au point *A* d'abscisse 1 :
L'ordonnée de *A* est $y = f(2) = 2 + \frac{4}{2} - 3 = 1$
le coefficient directeur est $a = \frac{2^2 - 4}{2^2} = 0$
La tangente est horizontale sont équation est immédiate : $y = 1$

Equation de la tangente au point *C* d'abscisse 4 :
L'ordonnée de *A* est $y = f(4) = 4 + \frac{4}{4} - 3 = 2$
le coefficient directeur est $a = \frac{4^2 - 4}{4^2} = \frac{16 - 4}{16} = \frac{3}{4}$
L'équation de la tangente est $y = \frac{3}{4}(x - 4) + 1 \Leftrightarrow y = \frac{3x}{4} - 3 + 1 \Leftrightarrow y = \frac{3x}{4} - 1$