MÉCANIQUE

chapitre 1

Interactions

Les théories sur le mouvement remontent à l'Antiquité, mais l'idée qu'il puisse exister des interactions à distance a posé problème. Les hypothèses de Newton sur la gravitation, étayées par un développement mathématique rigoureux, ont permis d'asseoir cette idée. On distingue maintenant les interactions à distance (interactions fondamentales) des interactions de contact. Les premières sont rangées en deux grandes familles : l'*interaction gravitationnelle* d'une part, désormais décrite par la théorie de la relativité générale, et les interactions de type quantique d'autre part : l'*interaction électromagnétique*, l'*interaction faible* (responsable de certaines désintégrations radioactives et maintenant associée à l'interaction électromagnétique dans la *théorie électrofaible*) et l'*interaction forte* (responsable de la stabilité des noyaux atomiques). Les interactions de contact ne sont en réalité qu'une modélisation d'un ensemble de phénomènes complexes se ramenant, au niveau atomique, aux interactions fondamentales.

Plan du chapitre.

1 Forces exercées sur un point matériel.

1.1 Définition.

Une **force** est une **action mécanique** s'exerçant localement sur un point matériel, c'est-à-dire une portion de l'espace petite à l'échelle de l'observateur et invariant par rotation. La force est modélisée par un vecteur $\vec{f}$ dont les caractéristiques sont les suivantes :

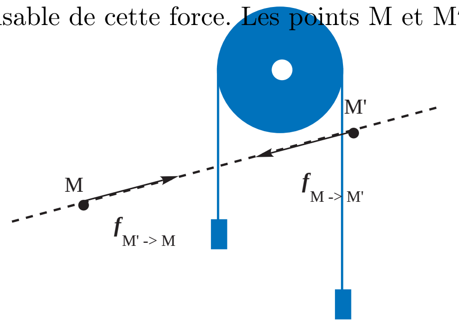
- sa direction est celle de l'action, portée par la **droite d'action**,
- son sens est celui de l'action,
- sa norme est égale à l'intensité de l'action exercée, exprimée en **newton** N.

Si plusieurs forces $\vec{f}_1$, $\vec{f}_2$, ..., $\vec{f}_N$ s'exercent sur le point matériel M, la force globale que celui-ci subit, appelée **résultante** des forces exercées, est la somme vectorielle de ces forces :

$$\boxed{\vec{F} = \sum_{j=1}^{N} \vec{f}_j} \qquad (1)$$

1.2 Loi des actions réciproques (troisième loi de Newton).

Un postulat fondamental de la physique est qu'un système ne peut pas agir sur lui-même. En conséquence, on doit admettre que si une force s'exerce sur le point matériel M, c'est qu'il existe un corps extérieur à M, par exemple au point M′, qui est responsable de cette force. Les points M et M′ sont **en interaction**.



La **troisième loi de Newton** ou loi des actions réciproques, stipule que :

si M′ exerce sur M une force $\vec{f}_{M' \to M}$, alors M exerce sur M′ une force $\vec{f}_{M \to M'}$ de **même droite d'action** et telle que :

$$\vec{f}_{M \to M'} = -\vec{f}_{M' \to M} \qquad (2)$$

1.3 Interactions à distance.

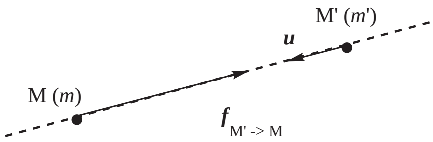
Il s'agit de forces qui s'exercent entre objets qui ne sont pas en contact entre eux. Les deux forces à distance qui s'exercent à l'échelle macroscopique sont :

- l'interaction gravitationnelle entre deux masses,
- l'interaction électrostatique entre deux charges.

Les interactions fortes et faibles, qui s'exercent au niveau atomique ou infra-atomiques, ne peuvent pas être traitées dans le cadre de la mécanique classique et sont totalement hors-programme.

1.3.1 L'interaction gravitationnelle.

Soit un point matériel M, de masse m, et un point matériel M′, de masse m', situés à la distance r l'un de l'autre. Notons $\vec{u}$ le **vecteur unitaire**, c'est-à-dire tel que $\|\vec{u}\| = 1$, porté par la droite (MM′) et dirigé de M vers M′.



La force exercée par la masse m' en M′ sur la masse m en M est de la forme :

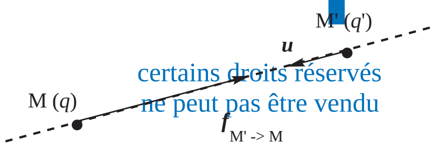
$$\boxed{\vec{f}_{\mathrm{M'}\to\mathrm{M}} = -\frac{\mathcal{G}\, m\, m'}{r^2}\,\vec{u}} \tag{3}$$

où $\mathcal{G}$ est la constante de gravitation universelle qui vaut $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, la distance r étant exprimée en mètres (m) et les masses en kilogrammes (kg).

Cette force est **toujours attractive** : la masse m' attire à elle la masse m, et réciproquement. En outre, sa portée est infinie, c'est-à-dire qu'elle s'exerce de façon non négligeable entre deux objets extrêmement éloignés, pourvu que leurs masses soient assez grandes.

1.3.2 L'interaction électrostatique ou interaction de Coulomb.

On considère maintenant un point matériel M, de charge électrique q, et un point matériel M′, de charge électrique q', situés à la distance r l'un de l'autre. On définit un vecteur unitaire $\vec{u}$ comme au paragraphe précédent.



La force exercée par la charge q' en M′ sur la charge q en M est de la forme :

$$\boxed{\vec{f}_{\mathrm{M'}\to\mathrm{M}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\,\frac{q\,q'}{r^2}\,\vec{u}} \tag{4}$$

où π est le nombre mathématique habituellement noté ainsi, ϵ_0 une constante universelle appelée la permittivité du vide, avec $(1/4\pi\epsilon_0 \approx 9 \cdot 10^9\ \mathrm{J \cdot m \cdot C^{-1}}$, soit $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{kg^{-1} \cdot m^{-3} \cdot s^4 \cdot A^2})$, la distance r étant exprimée en mètres (m) et les charges en coulombs (C).

Le signe positif dans la formule permet de rendre compte du fait que la force de Coulomb est :
- **attractive** si les charges sont de **signes opposés** $qq' < 0$,
- **répulsive** si les charges sont de **même signe** $qq' > 0$.

Attention ! Ce signe est associé à une orientation particulière du vecteur unitaire $\vec{u}$. Si ce dernier est orienté en sens opposé, le signe change dans la formule. Il en est d'ailleurs de même avec l'interaction gravitationnelle : un retournement du vecteur $\vec{u}$ induit l'apparition d'un signe négatif dans la formule.

La portée de l'interaction électrostatique est également infinie, pouvu que les charges ne soient pas trop faibles.

1.3.3 Interprétation en termes de champ.

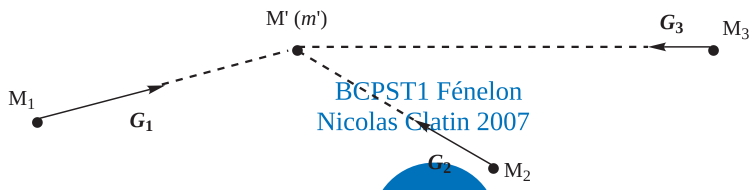
Considérons à nouveau une masse m' au point M′ ; on place successivement en un point M des masses m_1, m_2, etc. Pour une masse m_j, la force que m' exerce sur m_j s'écrit :

$$\vec{f_j} = -\frac{\mathcal{G}\, m_j\, m'}{r^2}\,\vec{u} = m_j \times \frac{-\,\mathcal{G}\, m'}{r^2}\,\vec{u} \qquad (5)$$

c'est-à-dire que $\vec{f_j}$ est le produit de la masse m_j par un terme qui ne dépend pas de m_j, mais uniquement de m' et de la distance r. Ce terme est le **champ gravitationnel** $\vec{G}_{(\mathrm{M})}$ créé en M par la masse m' situé en M′ :

$$\vec{G}_{(\mathrm{M})} = -\frac{\mathcal{G}\, m'}{r^2}\,\vec{u} \qquad (6)$$

Le champ gravitationnel créé en M par la masse m' est radial, c'est-à-dire dirigé selon une droite issue de M′ ; en outre, il décroît avec la distance.



Si on a une collection de masses m'_j, on peut définir en un point M un champ gravitationnel global $\vec{G}_{(\mathrm{M})}$, somme des champs gravitationnels créés en ce point par chacune des masses m'_j. Une masse m quelconque amenée au point M subit alors la force globale :

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{G}_{(\mathrm{M})}} \qquad (7)$$

On peut définir de la même façon le **champ électrique**. Une charge q' étant présente au point M′, on place au point M des charges successives q_1, q_2, etc. La force électrostatique exercée sur ces charges par q' est :

$$\vec{f_j} = q_j \times \frac{q'}{4\pi\epsilon_0\, r^2}\,\vec{u} \qquad (8)$$

qui est le produit de la charge q_j par un terme qui dépend uniquement de q' et de la distance r. Ce terme est le champ électrique créé par la charge q' au point M :

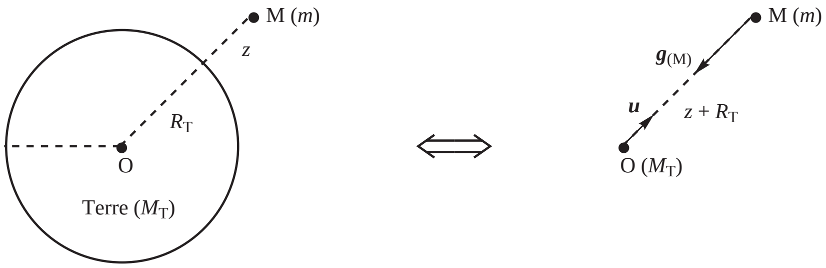
$$\vec{E}_{(\mathrm{M})} = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0\, r^2}\,\vec{u} \qquad (9)$$

Dans le cas d'un ensemble de charges q'_j, le champ électrique global créé au point M est la somme des champs électriques créés par chacune de ces charges. Une charge q amenée en M subit la force électrique globale :

$$\boxed{\vec{F} = q\,\vec{E}_{(\mathrm{M})}} \qquad (10)$$

1.3.4 Le champ de pesanteur de la Terre.

On s'intéresse maintenant à un objet ponctuel de masse m situé en un point M au voisinage de la Terre, à une altitude z au-dessus du sol. Cette masse subit une attraction gravitationnelle due à l'ensemble de la matière qui constitue la Terre ; en effet, chaque atome de celle-ci a une masse qui exerce une attraction sur m. Dans le cas où on fait l'approximation que la Terre est sphérique de rayon R_T et homogène (c'est-à-dire de même masse volumique en tout point), on peut montrer que le problème est équivalent à considérer que la masse m est en interaction avec une masse M_T égale à celle de la Terre et située en son centre O.



Il en résulte que le champ gravitationnel global en un point M situé au voisinage de la Terre est dirigé **vers le centre** de celle-ci. D'après (6), il s'exprime :

$$\vec{g}_{(\mathrm{M})} = -\frac{\mathcal{G}\, M_\mathrm{T}}{(R_\mathrm{T}+z)^2}\vec{u} \tag{11}$$

En pratique, tant qu'on reste peu éloigné de la surface de la Terre, l'altitude z est négligeable devant le rayon terrestre $R_\mathrm{T} \approx 6400$ km, et on a :

$$\vec{g}_{(\mathrm{M})} \approx -\frac{\mathcal{G}\, M_\mathrm{T}}{R_\mathrm{T}^2}\vec{u} \tag{12}$$

c'est-à-dire que le champ gravitationnel créé par la Terre au voisinage de sa surface est quasiment d'intensité constante. Il est appelé le **champ de pesanteur terrestre**, et sa valeur numérique est :

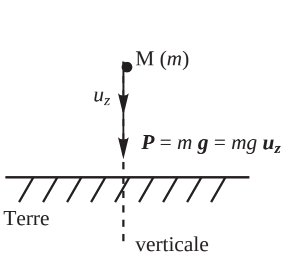
$$\boxed{\|\vec{g}\| = g \approx 9,8\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}} \tag{13}$$

En réalité, le champ de pesanteur terrestre ne se réduit pas au champ gravitationnel créé par la Terre. Il comporte en outre une contribution supplémentaire liée à la rotation de la Terre sur elle-même. Cette rotation induit une force dite d'entrainement que tout corps lié à la Terre ou à son voisinage subit. Une telle force d'entrainement peut être ressentie dans une voiture qui prend un virage à vive allure : les passagers sont alors déportés vers l'extérieur du virage. Ce deuxième terme est petit devant l'attraction gravitationnelle, mais il est tout à fait décelable ; une conséquence est que le champ de pesanteur n'est pas dirigé exactement vers le centre de la Terre. En outre, l'intensité de ce terme dépend de la latitude, c'est-à-dire de l'éloignement par rapport à l'équateur ; cette dépendance est cependant assez faible.

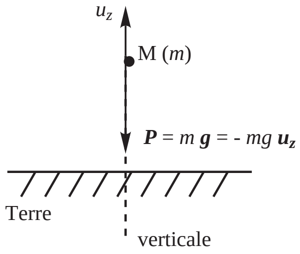
La force que subit une masse m soumise au champ de pesanteur terrestre s'appelle le **poids** $\vec{P}$:

$$\boxed{\vec{P} = m\,\vec{g}} \tag{14}$$

Cette force est toujours dirigée vers la Terre, puisque l'interaction gravitationnelle est attractive. La droite d'action du poids définit la **verticale** en du lieu considéré. Attention aux problèmes de signe ! En un point M donné, on peut définir un vecteur unitaire $\vec{u}_z$ selon la verticale, soit vers le haut, soit vers le bas ; il apparait alors ou non un signe négatif lorsqu'on projette $\vec{P}$ sur l'axe vertical.



$$\vec{P} = m\,\vec{g} = m\,g\,\vec{u}_z$$



$$\vec{P} = m\,\vec{g} = -m\,g\,\vec{u}_z$$

1.3.5 Le champ magnétique (hors programme).

Un champ magnétique est engendré soit par un *matériau magnétique*, soit par un courant électrique. Le caractère magnétique d'un matériau est lié à l'existence d'un *spin* total non nul. Pour ce qui concerne la Terre, le champ magnétique est dû à la présence d'un noyau liquide comportant du fer et du nickel, au centre duquel se trouve une graine solide composée de fer principalement. Le fer et le nickel sont, et ce n'est pas un hasard, les principaux éléments dont on fait les aimants.

Un champ magnétique, noté $\vec{B}$ exerce une force sur les particules **chargées en mouvement**. Si q est la charge de la particule, et $\vec{v}$ sa vitesse, la **force magnétique** qui s'applique sur la particule dans le champ $\vec{B}$ est :

$$\vec{f} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B}$$

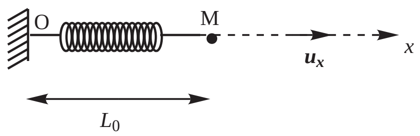
La force magnétique étant orthogonale à la vitesse, elle dévie la particule. C'est ce qui arrive au voisinage de la Terre : le champ magnétique terrestre dévie une grande partie des particules chargées émises par le Soleil (protons et électrons). Cette propriété est également utilisée dans les *spectromètres de masse* pour séparer des isotopes d'atomes. Les méthodes modernes de datation au carbone 14 utilisent un tel appareil pour compter le nombre de radionucléides ^{14}C.

1.4 Interactions de contact.

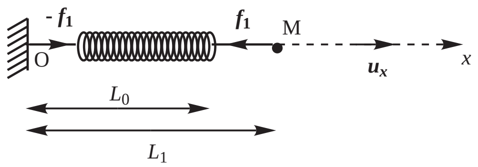
Il s'agit d'interactions existant au niveau du contact entre deux systèmes. La force exercée a alors pour **point d'application le point de contact**. Ces forces sont en réalité une modélisation d'un très grand nombre d'interactions fondamentales entre les deux systèmes au niveau des atomes proches du point de contact. On considère ici deux exemples très importants.

1.4.1 Force de rappel d'un ressort.

On considère un ressort horizontal de **longueur à vide** L_0. Il est fixé en O à une extrémité, l'autre en M étant libre. On définit un axe orienté $(\mathrm{O}, \vec{u}_x)$, passant par M.



Si on allonge le ressort en tirant sur l'extrémité libre M selon l'axe x jusqu'à une longueur $L_1 > L_0$, le ressort s'oppose à l'allongement. Il exerce une **force de rappel** tendant à faire revenir le ressort à sa longueur à vide, et ceci à **chacune de ses extrémités**, soit une force $\vec{f_1}$ en M et une force $-\vec{f_1}$ en O.

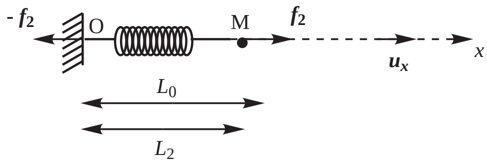


La force de rappel est **proportionnelle à l'allongement du ressort**. Le vecteur $\vec{u}_x$ étant dirigé dans le sens de l'allongement, et en appelant L_1 la longueur après allongement, on a donc :

$$\vec{f}_1 = -k\,(L_1 - L_0)\,\vec{u}_x \tag{15}$$

Le paramètre k est caractéristique du ressort considéré ; c'est sa **constante de raideur**. Elle s'exprime en $(\mathrm{N}\cdot\mathrm{m})$, l'allongement $L_1 - L_0$ étant en mètres, et la force en newtons (N).

Si au contraire on comprime le ressort jusqu'à une longueur $L_2 < L_0$, le ressort s'oppose à la compression en exerçant une force $\vec{f}_2$ en M et une force $-\vec{f}_2$ en O, qui tendent à ramener le ressort à sa longueur à vide.



À nouveau, la force de rappel est proportionnelle à la compression $L_0 - L_2$, le facteur de proportionnalité étant le même que précédemment :

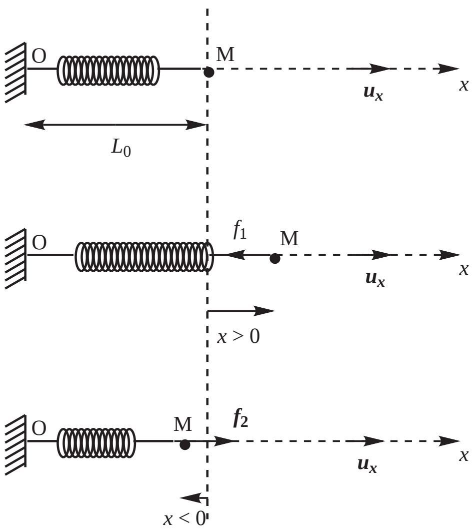
$$\vec{f}_2 = k\,(L_0 - L_2)\,\vec{u}_x = -k\,(L_2 - L_0)\,\vec{u}_x \tag{16}$$

Les deux cas, extension et compression du ressort, peuvent être rassemblés en une formule unique. Si L est la longueur du ressort et L_0 sa longueur à vide, la force exercée au point M est proportionnelle à la variation de longueur (positive ou négative) :

$$\boxed{\vec{f} = -k\,(L - L_0)\,\vec{u}_x} \tag{17}$$

formule dans laquelle le vecteur unitaire $\vec{u}_x$ est dirigé dans le sens de l'élongation.

Il est fréquent de raisonner directement en considérant l'allongement algébrique à partir de la position d'équilibre de l'extrémité du ressort. Si celui-ci est horizontal, la position d'équilibre correspond à la longueur à vide. L'allongement algébrique correspond à l'abscisse du point M comptée à partir de sa position à l'équilibre.



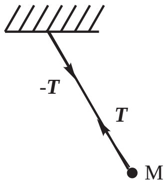
Dans les deux cas, extension ou compression, la force de rappel du ressort s'écrit :

$$\boxed{\vec{f} = -k\,x\,\vec{u}_x} \qquad (18)$$

où x est l'allongement algébrique du ressort, et quel que soit le sens du vecteur unitaire $\vec{u}_x$. En effet, si on inverse le sens de $\vec{u}_x$, le signe de x est inversé également, et la formule reste valable.

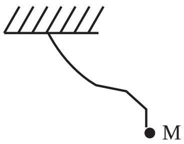
1.4.2 Tension d'un fil.

On appelle **tension** d'un fil $\vec{T}$, la force exercée par le fil sur un objet fixé à son extrémité M, lorsque le fil est tendu. Cette force a toujours pour **droite d'action le fil** lui-même. Comme pour la force de rappel d'un ressort, la tension du fil s'exerce en chacune de ses extrémité (et en réalité en chacun de ses points).

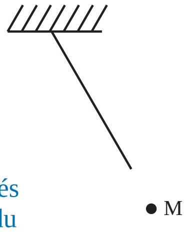


L'intensité de la tension n'est pas connue *a priori*. Sa valeur dépend des autres contraintes appliquées à l'objet en M. La valeur de $\left\|\vec{T}\right\|$ est telle que l'objet reste fixé à l'extrémité du fil. Une tension du fil nulle, $\left\|\vec{T}\right\| = 0$, peut correspondre à deux situations différentes :

- le fil n'est pas tendu,
- le fil est rompu.



fil non tendu



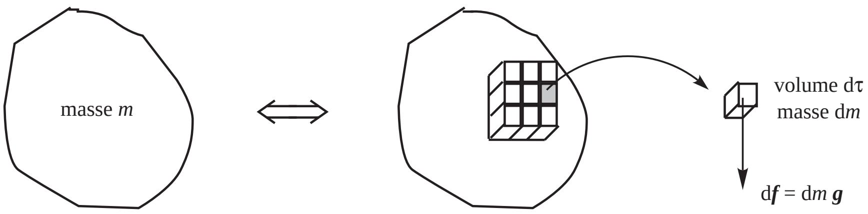
fil rompu

2 Forces exercées sur un système étendu.

2.1 Forces volumiques.

2.1.1 Position du problème : exemple du poids.

Considérons un système étendu, de masse totale m. On s'intéresse au poids appliqué à ce système. Jusqu'à présent, on s'est intéressé au poids appliqué à un point matériel, c'est-à-dire à une masse très localisée. Afin de faire le lien avec ce qui a été vu précédemment, une idée est de découper le système étendu en une juxtaposition de très petits volumes, appelés **volumes élémentaires** ou **éléments de volume** notés $\mathrm{d}\tau$, qui sont quasiment ponctuels.



Chaque volume élémentaire possède une masse élémentaire $\mathrm{d}m$, et est donc soumis à un poids élémentaire :

$$\mathrm{d}\vec{f} = \mathrm{d}m\,\vec{g} \tag{19}$$

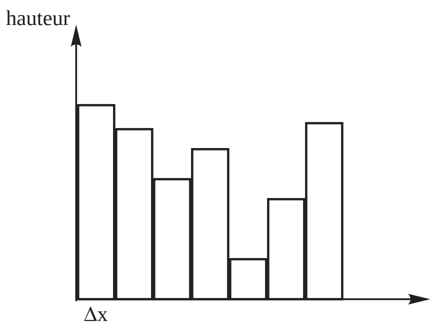
Le poids du système tout entier est la somme des contributions de chacune de ses parties, c'est-à-dire la somme de tous les poids élémentaires :

$$\vec{P} = \sum \mathrm{d}\vec{f} \tag{20}$$

2.1.2 Comment faire la somme ?

Dans ce paragraphe, on envisage de faire la somme d'un grand nombre de contributions élémentaires au poids d'un corps étendu. La technique est en fait très générale et applicable au calcul de toute grandeur envisagée comme la somme de termes élémentaires.

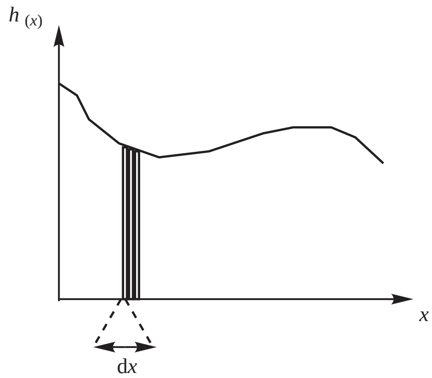
L'idée est facilement comprise en raisonnant sur un système à deux dimensions. Supposons qu'on veuille la surface totale d'une série de N rectangles de largeurs identiques Δx, et de hauteurs h_1, h_2, ... h_N.



La surface totale S est la somme des surfaces de chaque rectangle, soit, en appelant h_j la hauteur du j$^{\mathrm{e}}$ rectangle :

$$\begin{aligned} S &= S_1 + S_2 + \ldots + S_N = h_1\,\Delta x + h_2\,\Delta x + \ldots + h_N\,\Delta x \\ &= (h_1 + h_2 + \ldots + h_N)\,\Delta x = \left(\sum_j h_j\right)\,\Delta x \end{aligned} \tag{21}$$

Considérons maintenant le cas où les triangles sont très étroits. Leur largeur devient alors très petite ; c'est une largeur infinitésimale qu'on note dx. La largeur des rectangles étant quasiment réduite à un point, la surface totale est la somme sous la courbe reliant les sommets des rectangles, c'est-à-dire la courbe donnant la hauteur $h_{(x)}$ des rectangles en fonction de l'abscisse x.



Or, en mathématiques, l'aire sous une courbe est donnée par l'intégrale de la fonction correspondante. Dans notre cas, on a donc :

$$S = \int h_{(x)}\,\mathrm{d}x \tag{22}$$

Attention ! on ne prétend pas ici faire une démonstration mathématique rigoureuse, mais simplement donner l'idée de la méthode. En effet, on ne considère pas du tout ici les problèmes de continuité de la fonction $h_{(x)}$.

2.1.3 Application au cas du poids du solide.

Dans le cas de notre système étendu, chaque élément de volume dτ est très petit, donc le poids élémentaire d$\vec{f}$ de cet élément est lui-même très petit. La somme (20) peut alors s'envisager comme une intégrale. Celle-ci doit cependant être faite non le long d'une courbe mais sur un volume ; il s'agit d'une intégrale en volume, ou *intégrale triple*, notée par un triple signe $\int$:

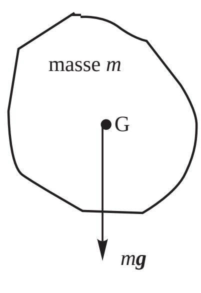
$$\vec{P} = \iiint_V \mathrm{d}\vec{f} = \iiint_V \mathrm{d}m\,\vec{g} \tag{23}$$

l'intégration se faisant sur le volume entier V du système étudié. S'il est de taille raisonnable, le champ de pesanteur $\vec{g}$ est d'intensité constante sur tout le système, et on peut le sortir de l'intégrale. La somme sur tout le système des masses de chacune de ses parties élémentaires étant la masse totale m du système, on retrouve la formule attendue pour son poids :

$$\vec{P} = \vec{g} \iiint_V \mathrm{d}m = m\,\vec{g} \tag{24}$$

2.1.4 Centre de masse.

Le poids d'un système étendu a son point d'application au **centre de masse** ou **centre de gravité** G du système. En l'absence de rotation du système sur lui-même, tout se passe comme si le système de masse m se réduisait à cette masse m située au point G.



Dans le cas où le système est homogène, le centre de masse est situé au barycentre mathématique du système. Par exemple, si le système est une sphère ou un cube, le centre de masse est au centre de cette sphère ou de ce cube.

2.1.5 Modélisation générale des forces volumiques.

On appelle **force volumique** une force qui s'exerce en chaque partie du volume du système. La force élémentaire qui s'applique sur le volume élémentaire $\mathrm{d}\tau$ s'écrit alors sous la forme :

$$\mathrm{d}\vec{f} = \vec{f_v}\,\mathrm{d}\tau \tag{25}$$

le terme $\vec{f_v}$ étant la **densité volumique de force**. Dans le cas du poids, la masse élémentaire $\mathrm{d}m$ de l'élément de volume $\mathrm{d}\tau$ s'exprime en fonction de la masse volumique ρ ; on a donc :

$$\mathrm{d}\vec{f} = \vec{g}\,\mathrm{d}m = \underbrace{\vec{g}\,\rho}_{\vec{f_v}}\,\mathrm{d}\tau \tag{26}$$

La force globale qui s'exerce sur le système est la somme sur tout le volume du système des force élémentaires, soit :

$$\boxed{\vec{F} = \iiint_V \vec{f_v}\,\mathrm{d}\tau} \tag{27}$$

Dans le cas du poids, cette formule s'écrit :

$$\vec{P} = \iiint_V \rho\,\vec{g}\,\mathrm{d}\tau \tag{28}$$

On peut se demander quel est l'intérêt de passer par une intégrale triple de la densité volumique de force sur le volume V du système pour trouver la force globale. Pour comprendre tout l'intérêt de cette écriture, considérons le cas du poids d'un système étendu, donné par la formule précédente. Supposons que le solide soit suffisamment petit pour que le champ de pesanteur soit le même en chacun de ses points ; alors on le sort de l'intégrale, et le calcul est trivial :

$$\vec{P} = \vec{g}\iiint_V \rho\,\mathrm{d}\tau = \vec{g}\iiint_V \mathrm{d}m = m\,\vec{g} \tag{29}$$

Supposons maintenant que le système soit très grand, si bien que la variation du champ de pesanteur $\|\vec{g}\|$ avec l'altitude et/ou la latitude ne soit plus négligeable (cas où le système est l'atmosphère par exemple). Il y a alors de fortes chances que ρ ne soit pas constant non plus, puisque le système est très étendu (c'est le cas de l'atmosphère). Il faut donc calculer le produit $\rho\,\vec{g}$ en chaque point du solide pour pouvoir faire la somme, autrement dit connaitre la loi de variation de ρ et de $\vec{g}$ en fonction de la position M dans le système. On calcule alors l'intégrale triple :

$$\vec{P} = \iiint_V \rho_{(\mathrm{M})}\,\vec{g}_{(\mathrm{M})}\,\mathrm{d}\tau_{(\mathrm{M})} \tag{30}$$

La généralisation est immédiate : pour une force volumique quelconque, la formule générale (27) est la seule applicable si la densité volumique de force $\vec{f_v}$ n'est pas constante sur tout le système.

Un problème annexe est alors de calculer le point d'application de la force. Dans le cas du poids, si le système n'est pas homogène ($\rho \neq$ cte), le centre de masse n'est plus le barycentre géométrique du système.

2.2 Forces surfaciques.

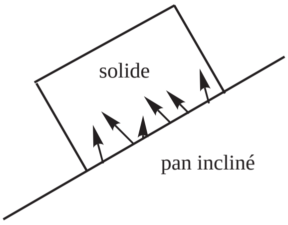
2.2.1 Force de contact solide.

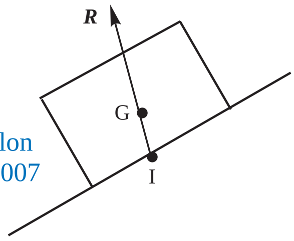
Considérons un solide étendu (non ponctuel) posé sur un pan incliné. Le solide est soumis à son poids, qui tend à le déplacer vers le bas. S'il ne tombe pas à travers le support, c'est que celui-ci le repousse.

L'interaction répulsive entre le pan incliné et le solide est due aux répulsions entre les atomes de la surface du support et ceux de la surface du solide. Un très grand nombre de forces répulsives sont donc à l'œuvre au niveau de la surface de contact entre le solide et le support.

Ces interactions répulsives sont en fait de nature électrostatique : les électrons des atomes en surface se repoussent, puisqu'ils sont tous de même charge.

Il est impossible de calculer individuellement l'ensemble de ces forces. On doit se contenter d'un modèle macroscopique. L'ensemble de ces forces est mathématiquement équivalent à une force unique $\vec{R}$, appelée **réaction du support**, exercée par le support en un point I de la surface de contact, et dont la droite d'action passe par le centre de gravité G du solide.



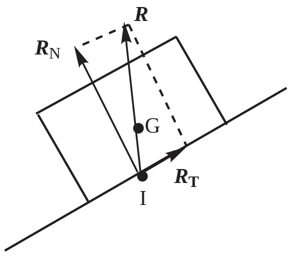


Les caractéristiques de la réaction du support dépendent des autres contraintes auxquelles le solide est soumis. Comme dans le cas de la tension d'un fil, son intensité n'est pas connue *a priori*. En outre, sa direction est également inconnue *a priori*. Son sens, en revanche, est toujours de la surface vers le centre du solide.

Il est commode de décomposer la réaction du support en deux termes :

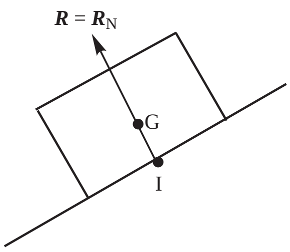
$$\boxed{\vec{R} = \vec{R}_{\mathrm{N}} + \vec{R}_{\mathrm{T}}} \tag{31}$$

- $\vec{R}_{\mathrm{N}}$ est la **composante normale**, orthogonale à la surface de contact,
- $\vec{R}_{\mathrm{T}}$ est la **composante tangentielle**, parallèle à la surface de contact.



La composante normale de la réaction est toujours non nulle. En revanche, la composante tangentielle peut être nulle. Si la composante tangentielle est nulle, la réaction du support est purement normale :

$$\vec{R}_{\mathrm{T}} = \vec{0} \Longleftrightarrow \vec{R} = \vec{R}_{\mathrm{N}} \tag{32}$$



La réaction du support n'a alors aucune influence sur le mouvement du solide le long du support ; en effet, la réaction étant normale n'induit aucun mouvement parallèlement à la surface. La réaction modélise simplement que le solide ne traverse le support.

Si au contraire $\vec{R}_{\mathrm{T}} \neq \vec{0}$, il existe des **frottements solides**, qui s'opposent au mouvement. Dans le cas où le solide est soumis uniquement à son poids et à la réaction du support, le poids a tendance à l'entrainer vers le bas, et la réaction tangentielle est en sens contraire donc vers le haut.

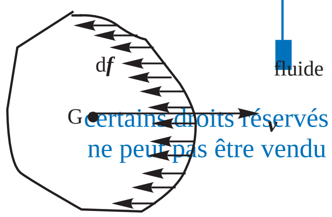
La composante tangentielle modélise le rôle d'aspérités de surface qui gênent le mouvement, mais aussi les attractions entre le solide et le support. On peut s'étonner que le solide et la support s'attirent puisqu'on a expliqué que la composante normale modélise les répulsions entre eux. En réalité, il existe à courte distance des interactions attractives dites de Van der Waals entre deux surfaces en regard. À très courte distance cependant, ces interactions deviennent négligeables devant les répulsions électrostatiques entre les électrons des atomes de surface.

Les *lois de Coulomb* (hors programme), relient les composantes tangentielle et normale de la force de frottement solide. Au repos, c'est-à-dire lorsque le solide n'est animé d'aucun mouvement par rapport au support, on a $\left\|\vec{R}_{\mathrm{T}}\right\| = f_0 \left\|\vec{R}_{\mathrm{N}}\right\|$, où f_0 est le *coefficient de frottement statique* qui dépend de la nature chimique et de l'état de surface du solide et du support.

Le cas où le solide est en mouvement par rapport au support est plus complexe. Si le solide *glisse* sur le support, alors $\left\|\vec{R}_{\mathrm{T}}\right\| = f \left\|\vec{R}_{\mathrm{N}}\right\|$, où f est le *coefficient de frottement dynamique* qui dépend de la nature chimique et de l'état de surface du solide et du support. Si au contraire le solide se déplace *sans glissement*, ce qui peut correspondre à un roulement ou à un pivotement, alors $\left\|\vec{R}_{\mathrm{T}}\right\| < f \left\|\vec{R}_{\mathrm{N}}\right\|$.

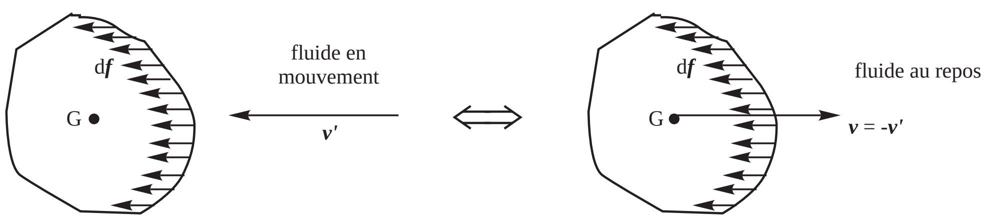
2.2.2 Force de frottement fluide.

Considérons un objet solide qui se déplace avec une vitesse $\vec{v}$ dans un fluide immobile (liquide ou gaz). Au niveau de l'avant du solide, il y a des chocs entre les particules du fluide et le solide ; ces chocs tendent à s'opposer à l'avancée du solide. Chacun des chocs est responsable d'une force élémentaire dirigée en sens opposé à la vitesse.



Comme on peut aisément s'en rendre compte en essayant de déplacer une planche rigide dans de l'eau, les forces qui s'opposent au mouvement sont d'autant plus importante que la vitesse est grande : plus on veut déplacer vite la planche, plus c'est dur !

Le problème est identique si on considère un solide immobile dans un fluide en mouvement avec une vitesse $\vec{v'}$. Les chocs des particules de fluide ont tendance à entrainer le solide dans la direction de $\vec{v'}$, et ce d'autant plus que cette vitesse est grande. Cependant, un observateur qui serait lié au solide aurait l'impression de se déplacer dans le fluide avec une vitesse $\vec{v} = -\vec{v'}$. Tout se passe donc comme si le solide était en mouvement à la vitesse $-\vec{v'}$ dans le fluide au repos.



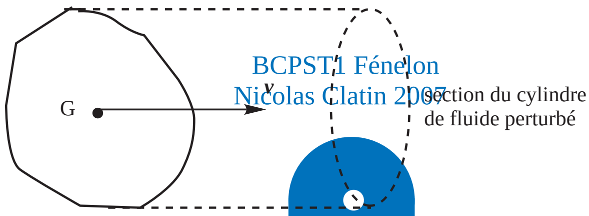
Dans tous les cas, on peut modéliser l'ensemble des forces liées aux chocs entre le solide et les particules de fluide par une force unique, appelée **force de frottement fluide**, dans le sens opposé à la vitesse relative $\vec{v}$ du solide par rapport au fluide. Tant que cette vitesse n'est pas trop grande, la force de frottement fluide lui est proportionnelle :

$$\boxed{\vec{F} = -\alpha\,\vec{v}} \tag{33}$$

avec $\vec{v}$ la **vitesse relative du solide par rapport au fluide**, et α le **coefficient de frottement fluide**, grandeur toujours positive homogène à des $\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.

Dans le cas où la vitesse relative devient élevée, la force de frottement fluide devient proportionnelle au carré de la vitesse relative : $\left\|\vec{F}\right\| = \alpha v^2$, tout en étant toujours opposée à la vitesse.

Le coefficient de frottement fluide α dépend à la fois du solide et du fluide :
- il est d'autant plus grand que le fluide est visqueux,
- il est d'autant plus grand que la section du cylindre de fluide perturbé est grande, c'est-à-dire que la surface de solide exposée aux chocs est grande,
- il dépend de la forme générale du solide (aérodynamisme).



Les problèmes d'aérodynamisme sont très complexes et dépendent de la façon dont le fluide s'écoule le long du solide en arrière de la surface avant. Ils relèvent de la dynamique des fluides, qui n'est pas au programme de première année.