OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

chapitre 2

Miroir et dioptre plans

On peut imaginer des surfaces dioptriques et catadioptriques de toutes formes : miroirs déformants (concaves ou convexes), miroir parabolique du four solaire d'Odeillo (Pyrénées), tasses chinoises qui révèlent un motif quand elles sont pleines, etc. Ceci se généralise aux ondes électromagnétiques autres que la lumière visible : réflexion des ondes radio sur certaines couches de la haute atmosphère, ou aux ondes sonores (phénomènes d'écho dans les cirques montagneux). Dans ce chapitre, on étudiera les propriétés géométriques des rayons réfléchis et réfractés par les surfaces dioptriques et catadioptriques les plus simples : dioptre plan et miroir plan.

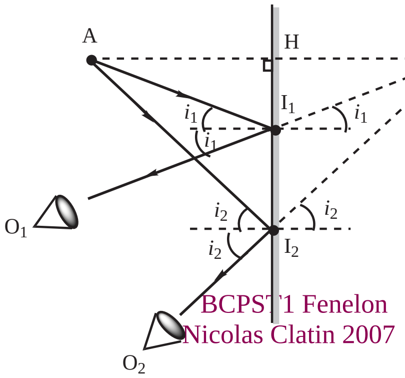
Plan du chapitre.

1 Miroir plan.

1.1 Image d'un point par un miroir plan.

1.1.1 Construction de l'image d'un point.

Soit une source lumineuse ponctuelle placée en un point A, et un miroir plan. Considérons deux rayons lumineux issus de A, et frappant le miroir en I_1 et I_2. Un observateur regardant successivement les deux rayons voit l'image du point A par le miroir. Si l'observateur place son œil au point O_1, il voit l'image de A sur la droite (O_1I_1), et s'il le place au point O_2, il voit l'image sur la droite (O_2I_2), puisque la lumière se propage en ligne droite.



D'après la loi de Snell-Descartes pour la réflexion, les angles incident et réfléchi sont égaux. Il est évident sur la figure que la droite (O_1I_1) est symétrique de la droite (AI_1) par rapport au miroir. De même, la droite (O_2I_2) est symétrique de la droite (AI_2) par rapport au miroir. Les deux rayons réfléchis se coupent en un point A′ symétrique de A par rapport au miroir. Le point A′ est l'**image** du point A par le miroir.

1.1.2 Stigmatisme.

Ceci se généralise aisément : pour un observateur, tous les rayons incidents passant par un point A se réfléchissent de sorte que tous les rayons issus de A semblent, après réflexion sur le miroir, venir d'un point A′ symétrique de A par rapport au miroir plan. Ainsi, à l'objet ponctuel A correspond une image ponctuelle A′ ; les points A et A′ sont des **points conjugués** par rapport au miroir : $A \xrightarrow{M} A'$. L'image du point A est exactement au point A′ ; on dit que le miroir plan est un système rigoureusement stigmatique.

Un système optique est dit **rigoureusement stigmatique** s'il donne une **image ponctuelle** d'un **objet ponctuel**.

1.1.3 Objet réel, image virtuelle.

Le point A se trouve dans l'espace en avant du système optique (ici le miroir). L'observateur peut le toucher ; il s'agit d'un **objet réel**.

En revanche, son image se trouve de l'autre côté du miroir ; l'observateur ne peut pas toucher cette image, ni la visualiser sur un écran. L'image A′ est qualifiée d'**image virtuelle**.

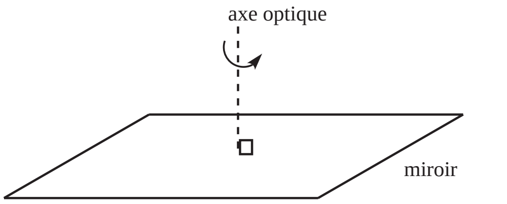
1.1.4 Formule de conjugaison du miroir plan.

La formule de conjugaison d'un système optique est la relation entre la position de l'image et celle de l'objet par rapport au système. Appelons H la projection orthogonale du point objet A sur le miroir. Le point image A′ étant le symétrique de A par rapport au miroir, d'une part A et A′ sont de part et d'autre de H, et d'autre part il y a égalité entre les distances AH et HA′. En définitive, la **formule de conjugaison du miroir plan** s'écrit :

$$\boxed{\overline{\mathrm{HA}} + \overline{\mathrm{HA'}} = 0} \qquad (1)$$

1.1.5 Axe optique du système.

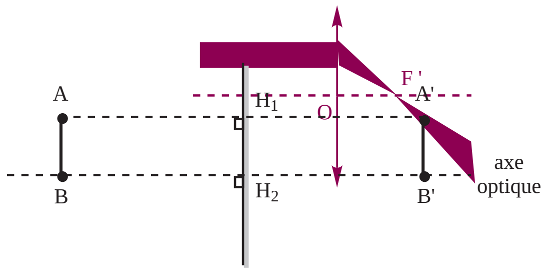
Le système optique constitué du miroir plan possède un axe de révolution, qui est orthogonal au miroir : toute rotation autour de cet axe laisse inchangée la marche des rayons. Cet axe est l'**axe optique** du système.



1.2 Image d'un objet étendu par un miroir plan.

1.2.1 Aplanétisme.

Considérons un objet (AB) positionné parallèlement au miroir, donc perpendiculairement à l'axe axe optique. D'après la formule de conjugaison du miroir plan, si A et B sont à égale distance du miroir, leurs images A′ et B′ sont aussi à égale distance du miroir. En conséquence, l'image (A′B′) est parallèle au miroir. Le miroir plan est dit aplanétique.



> Un système optique est dit **aplanétique** si, à un **objet perpendiculaire à l'axe optique**, il fait correspondre une **image perpendiculaire à l'axe optique**.

1.2.2 Grandissement.

On appelle **grandissement** le rapport algébrique de la taille de l'image à celle de l'objet, celui-ci étant orthogonal à l'axe optique :

$$\boxed{\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}}} \qquad (2)$$

Dans le cas du miroir plan, l'image est le symétrique de l'objet par rapport à un plan. Or, la symétrie par un plan conserve les distances. On en déduire que, pour un miroir plan, objet et image ont la même taille. En outre, comme le montre le schéma précédent, l'image et l'objet ont la même orientation. En conséquence, pour un **miroir plan** :

$$\gamma = 1 \qquad (3)$$

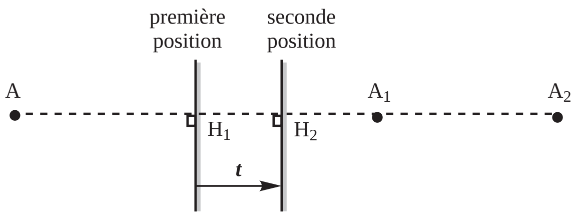
Le signe de γ, ici $\gamma > 0$, correspond au fait que l'image n'est pas inversée par rapport à l'objet. La valeur absolue de γ, ici $|\gamma| = 1$, signifie que l'image n'est ni grossie ni réduite par rapport à l'objet. Un miroir plan n'est pas un instrument qui permet de voir plus gros.

1.3 Déplacement de l'image par translation du miroir.

Soit A_1 l'image d'un objet ponctuel A par un miroir plan. On éloigne le miroir de l'objet en lui faisant subir une translation d'un vecteur $\vec{t}$ colinéaire à l'axe optique. On veut déterminer de combien l'image, maintenant en A_2, a reculé. On peut écrire les deux égalités vectorielles :

$$\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AH_1} + \overrightarrow{H_1A_1} = 2\overrightarrow{AH_1} \tag{4}$$

$$\overrightarrow{AA_2} = \overrightarrow{AH_2} + \overrightarrow{H_2A_2} = 2\overrightarrow{AH_2} = 2\left(\overrightarrow{AH_1} + \overrightarrow{H_1H_2}\right) = 2\overrightarrow{AH_1} + 2\,\vec{t} \tag{5}$$



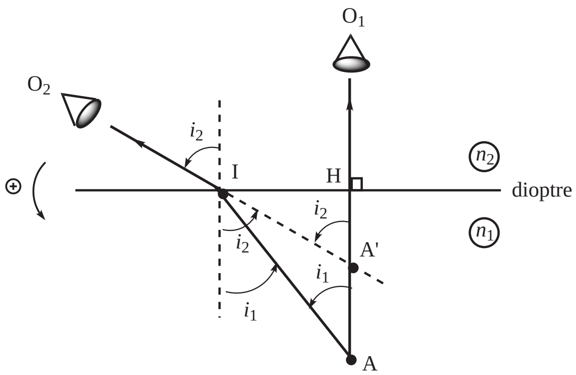
Le déplacement de l'image est donc :

$$\overrightarrow{A_1A_2} = \overrightarrow{A_1A} + \overrightarrow{AA_2} = -\overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AA_2} = 2\,\vec{t} \tag{6}$$

2 Dioptre plan.

2.1 Image d'un point par un dioptre plan.

Soit un dioptre séparant un milieu d'indice optique n_1 d'un milieu d'indice optique n_2. Un objet ponctuel A est situé dans le milieu d'indice n_1. Un observateur est situé de l'autre côté du dioptre, c'est-à-dire dans le milieu d'indice n_2. Les rayons venant de l'objet et parvenant dans l'œil de l'observateur ont traversé le dioptre ; ce que l'observateur voit est donc l'image de A par le dioptre.



Un rayon issu de l'objet A et arrivant sur le dioptre avec une incidence i_1 est réfracté selon un angle i_2 obéissant à la loi de Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \tag{7}$$

Si l'observateur est positionné en O_1, il reçoit de l'objet un rayon arrivant sous incidence normale sur le dioptre ($i_1 = 0$) ; dans ce cas $i_2 = 0$, c'est-à-dire que le rayon n'est pas dévié. l'image de A est donc sur la droite (AO_1). Si maintenant l'observateur se place en O_2, il reçoit de l'objet un rayon qui a été réfraté en I. Il voit donc l'image de A par le dioptre dans la direction (IO_2). L'image A′ de A est à l'intersection de des droites (IO_2) et (HO_1).

Déterminons la position de A′ en fonction de celle de A. Soit H le projeté orthogonal de A (et donc de A′) sur le dioptre. On a :

$$\tan i_1 = \frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \frac{\overline{\mathrm{HI}}}{\overline{\mathrm{AH}}} \tag{8}$$

$$\tan i_2 = \frac{\sin i_2}{\cos i_2} = \frac{\overline{\mathrm{HI}}}{\overline{\mathrm{A'H}}} \tag{9}$$

Effectuons le rapport membre à membre de ces deux relations, et utilisons (7) :

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1} = \frac{\overline{\mathrm{A'H}}}{\overline{\mathrm{AH}}} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} \times \frac{\cos i_2}{\cos i_1} = \frac{\overline{\mathrm{A'H}}}{\overline{\mathrm{AH}}} \tag{10}$$

On en déduit la formule de conjugaison du dioptre plan :

$$\frac{n_2 \cos i_2}{\overline{\mathrm{HA'}}} = \frac{n_1 \cos i_1}{\overline{\mathrm{HA}}} \tag{11}$$

On constate que la position de l'image A′ dépend de l'angle d'incidence i_1, donc de la position de l'observateur. En conséquence, l'image d'un point A par un dioptre plan n'est pas unique. Le dioptre plan n'est pas stigmatique dans le cas général.

2.2 Stigmatisme approché ; conditions de Gauss.

Comme dans le cas du miroir plan, le dioptre plan possède un axe optique, orthogonal à la surface dioptrique.

> On dit qu'on se trouve dans les **conditions de Gauss** si les rayons sont tous peu inclinés par rapport à l'axe optique.

Ceci revient à dire que les rayons arrivent sur le dioptre avec une incidence quasiment normale (proche de 0), soit $i_1 \approx 0$. Dans ce cas, on a aussi $i_2 \approx 0$, car n_1 et n_2 sont du même ordre de grandeur. Dans les conditions de Gauss, on peut alors écrire :

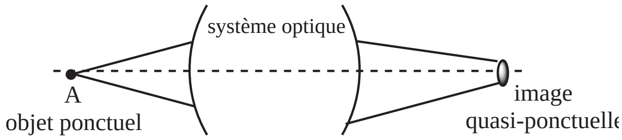
$$\cos i_1 \approx 1 \qquad \text{et} \qquad \cos i_2 \approx 1 \tag{12}$$

En reportant dans (11), on obtient la formule de conjugaison du dioptre plan dans les conditions de Gauss :

$$\frac{n_2}{\overline{\mathrm{HA'}}} - \frac{n_1}{\overline{\mathrm{HA}}} = 0 \tag{13}$$

La position de l'image A′ est maintenant indépendante de i_1 donc de la position de l'observateur. L'objet ponctuel A a donc, par le dioptre plan dans les conditions de Gauss, une image ponctuelle A′. Le dioptre plan présente un **stigmatique approché dans les conditions de Gauss**.

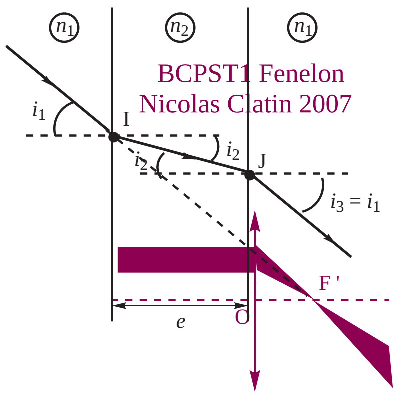
Dans toute la suite du cours, on se placera dans les conditions de Gauss, dont on verra, dans le chapitre suivant sur les lentilles, qu'elles sont un peu plus strictes que la définition ci-dessus. Les systèmes optiques seront toujours approximativement stigmatiques. L'image d'un objet ponctuel est alors d'étendue faible, assimilable à une image ponctuelle.



On peut noter qu'il est souvent suffisant d'avoir un stigmatisme approché. En effet, dans le cas où le système n'est pas stigmatique, l'image d'un objet ponctuel est une tache étendue (non ponctuelle). Tant que la largeur de cette tache reste inférieure à la taille du récepteur (une cellule oculaire, un grain de la pellicule photographique, etc), l'image apparait ponctuelle.

2.3 Lame à faces parallèles.

Une lame à faces parallèles est constituée de deux surfaces dioptriques parallèles séparant un milieu intermédiaire d'indice optique n_2 de deux milieux extrêmes de même indice n_1. C'est le cas d'une lame de verre $(n_2 = 1,5)$ dans l'air $(n_1 = 1)$.



Un rayon incident est réfracté en I à l'entrée de la lame, et réfracté en J à la sortie. Écrivons la loi de Descartes en I et en J :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \tag{14}$$
$$n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_3 \tag{15}$$

On en déduit immédiatement que :

$$i_3 = i_1 \tag{16}$$

Autrement dit, le rayon émergent est parallèle au rayon incident, mais décalé. Cependant, si la lame est très fine (épaisseur e très faible), le décalage est très petit. En conséquence, on peut considérer en première approximation qu'un rayon n'est quasiment pas affecté au passage d'une lame à faces parallèles très fine.