

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

chapitre 4

Instrumentes d'optique

Dans ce chapitre, on décrira quelques instruments d'optique, constitués de lentilles minces, et on définira quelques grandeurs caractérisant ces instruments (qui ne sont pas exigibles des élèves). Cette description est simplifiée, dans la mesure où on se limitera aux conditions de Gauss. Des défauts, apparaissant aux grands angles, seront donc négligés, en particulier l'astigmatisme (image non ponctuelle d'un objet ponctuel), et l'achromatisme (variation de la position de l'image en fonction de la longueur d'onde de la lumière). Ces défauts doivent impérativement être corrigés dans les appareils fonctionnant aux grands angles, en particulier l'appareil photographique.

Plan du chapitre.

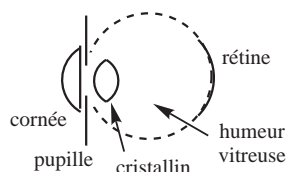
1. L'œil.
 - 1.1 Description
 - 1.2 Champ de vision
 - 1.3 Défauts de la vision
2. Montages à une lentille
 - 2.1 Loupe
 - 2.2 Collimateur
 - 2.3 Condenseur
3. Montages à deux lentilles
 - 3.1 Lunette astronomique
 - 3.2 Microscope

1 L'œil.

1.1 Description.

L'œil humain est un dispositif optique approximativement sphérique constitué des éléments principaux suivants :

- un dioptre sphérique, la *cornée*, par laquelle la lumière pénètre, et qui baigne dans une solution aqueuse (l'humeur aqueuse),
- un diaphragme, la *pupille*, qui permet de régler l'intensité lumineuse entrant dans l'œil,
- une lentille biconvexe, le *cristallin*, qui sépare l'extérieur de l'intérieur de l'œil,
- l'intérieur de l'œil, constitué d'un gel appelé l'humeur vitrée,
- les récepteurs de lumière, qui tapissent la *rétine*,
- le *nerf optique* qui transmet les informations de la rétine au cerveau.



Le système constitué de la cornée et du cristallin se comporte comme une lentille convergente de centre optique O (à peu près sur la pupille) et de distance focale $f' \approx 5$ cm. Au repos, le foyer image est en un point F'_0 .

1.2 Champ de vision.

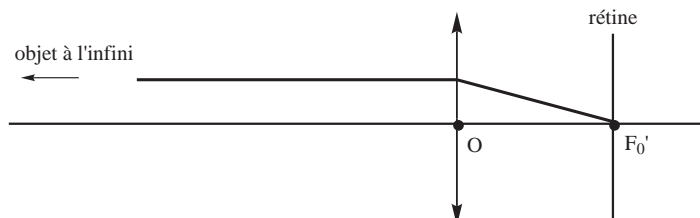
Le **champ de vision** est le domaine spatial où se situent les objets pouvant être vus nettement. Il dépend évidemment des individus, mais un œil emmetrope (normal) est réputé avoir le champ de vision décrit dans la suite.

1.2.1 Champ de vision latéral.

Latéralement, le champ de vision est d'environ 180° . C'est moins que les animaux qui ont les yeux de part et d'autre de la tête (environ 250° pour un loup). Cela peut paraître un handicap, mais le fait d'avoir les deux yeux qui voient la même chose en même temps, c'est-à-dire une vision stéréoscopique, est la condition indispensable pour voir dans l'espace (voir en relief).

1.2.2 Profondeur de champ.

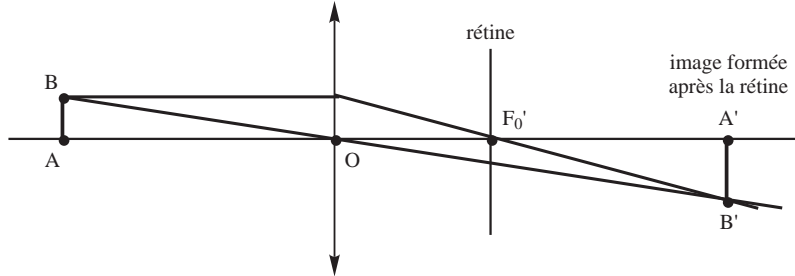
Le point le plus lointain visible par un œil au repos, appelé **punctum remotum**, est à **l'infini**. Or l'image d'un objet à l'infini se situe au foyer image de la lentille ; en conséquence, F'_0 est situé sur la rétine (c'est-à-dire au niveau des récepteurs).



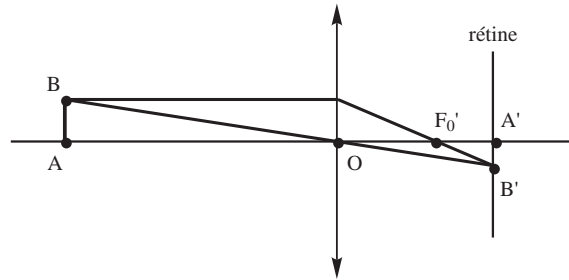
Pour observer un objet situé à une distance finie d de l'œil, la cornée se déforme pour augmenter la courbure de sa face antérieure, ce qui modifie la position du foyer image. Ce phénomène est appelé **accommodation**, et est facilement perceptible (il suffit d'essayer de regarder un objet très proche). Le point le plus proche visible, après accommodation maximale, est appelé le **punctum proximum** ; il vaut environ 25 cm.

Si l'œil n'accommodait pas, l'image de l'objet A à la distance d (soit $\overline{OA} = -d$) se formerait au point A' tel que :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d} \quad (1)$$



On en déduit que $1/\overline{OA'} < 1/f'$ soit $\overline{OA'} > f'$. En conséquence A' se trouve après F'_0 . L'image se forme donc trop loin (après la rétine). L'accommodation consiste à rapprocher F'_0 de la cornée, c'est-à-dire à diminuer la distance focale de l'œil, jusqu'à ramener l'image sur la rétine.



En définitive, le champ de vision de l'œil emmetrope s'étend entre le punctum proximum (environ 25 cm) et le punctum remotum (l'infini). Une vision sans effort correspond à une vision au punctum remotum.



1.3 Défauts de la vision.

L'œil peut avoir des défauts, dont les trois principaux sont décrits ci-dessous :

- La *presbytie* correspond à une diminution des facultés d'accommodation, liée à l'âge.
- La *myopie* est liée à un défaut du cristallin, qui est trop convergent. Au repos, le foyer image se situe en avant de la rétine.
- L'*hypermétropie* est la situation inverse : le cristallin est trop peu convergent. Le foyer image est en arrière de la rétine.

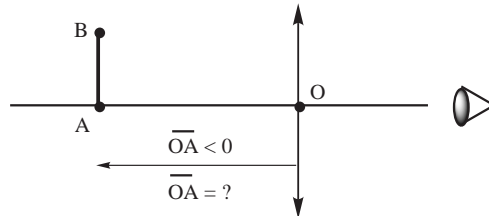
Il existe aussi l'*astigmatisme*, lié à des défaut de symétrie de l'œil. Sa conséquence est une déformation des images qui se forment sur la rétine.

2 Montages à une lentille.

2.1 Loupe.

2.1.1 Définition.

La loupe est constituée d'une lentille convergente, servant à voir une image droite et agrandie d'un objet réel. Dans une utilisation pratique, l'objet est proche de l'axe optique ; appelons A le point de l'objet situé sur l'axe optique.



2.1.2 Position de l'objet.

Où doit-on positionner A pour que ces conditions soient remplies, et où se forme alors l'image ? Soit A' l'image de A par la loupe. On veut une image droite, ce qui correspond à un grandissement transversal positif. On a donc :

$$\gamma > 0 \Rightarrow \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} > 0 \quad (2)$$

L'image est droite si elle se forme du même côté de la lentille que l'objet. Celui-ci étant réel ($\overline{OA} < 0$), l'image est donc nécessairement virtuelle ($\overline{OA'} < 0$). On ne peut pas visualiser sur un écran l'image de l'objet par la loupe (du moins dans le cas d'une image droite).

D'autre part, on veut une image agrandie, soit (en se souvenant que $\overline{OA} < 0$) :

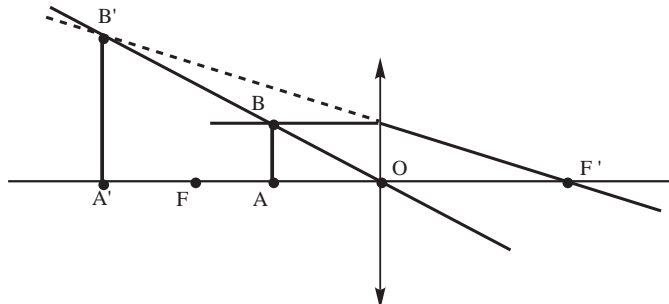
$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} > 1 \Rightarrow \overline{OA'} < \overline{OA} \quad (3)$$

On en déduit que A' se trouve avant A. L'image est donc située plus loin de la lentille que l'objet, si elle est agrandie.

Enfin, localisons A par rapport au foyer objet F de la lentille. À l'aide de la formule de Newton du grandissement qu'on veut supérieur à 1, on obtient :

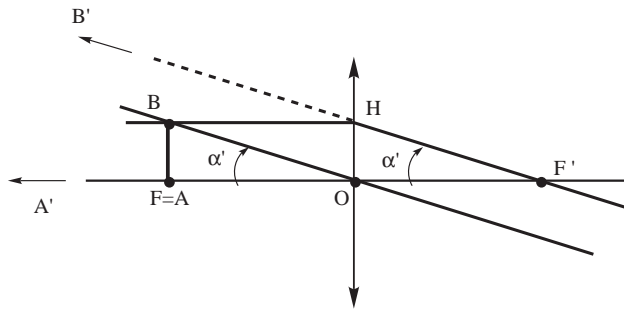
$$\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} > 1 \quad (4)$$

Il s'ensuit que \overline{FA} et \overline{FO} sont de même signe, c'est-à-dire que A doit être positionné entre F et O. On peut alors schématiser la marche des rayons issus de l'objet.



2.1.3 Cas d'un objet dans le plan focal objet ; puissance intrinsèque.

Si l'objet est positionné dans le plan focal objet, soit $A = F$, l'image se forme à l'infini. Cette configuration est confortable pour l'observateur qui voit alors l'image sans accommoder.



Soit α' l'angle sous lequel l'observateur voit l'image située à l'infini. Plus cet angle est grand, plus on a l'impression de voir une grande image. Dans l'approximation de Gauss, on a :

$$\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{OH}}{\overline{F'O}} = \frac{\overline{AB}}{-f'} \quad (5)$$

On appelle *puissance* d'un instrument d'optique le rapport entre l'angle sous lequel on voit l'image et la taille de l'objet :

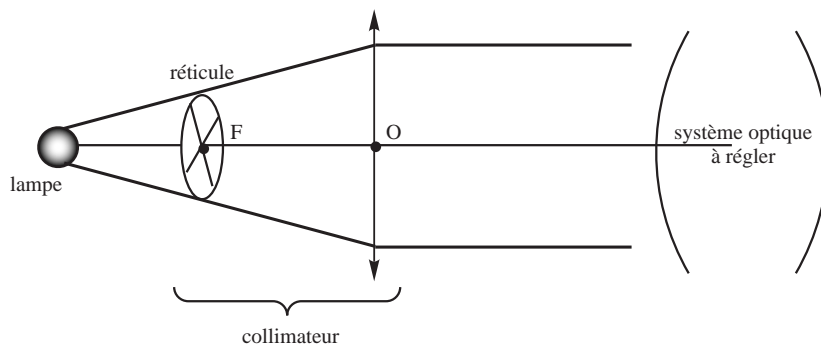
$$P = \left| \frac{\alpha'}{\overline{AB}} \right| \quad (6)$$

Dans le cas où l'image est formée à l'infini, on parle de *puissance intrinsèque*. Pour la loupe, elle vaut :

$$P_i = \frac{1}{f'} \quad (7)$$

2.2 Collimateur.

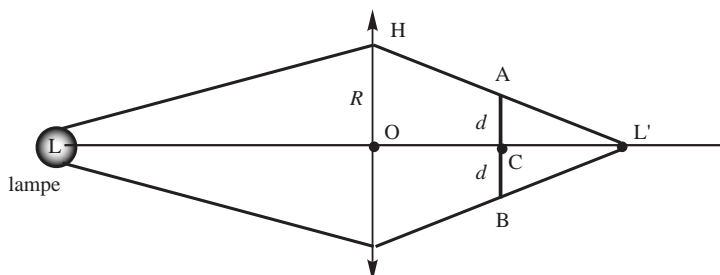
Pour le réglage de certains dispositifs optiques, il est parfois utile de pouvoir regarder un objet à l'infini. Ceci n'est pas toujours facile si le dispositif est situé dans une pièce. Un collimateur est un dispositif destiné à créer un objet situé à l'infini pour un dispositif optique qui le suit. Il est constitué d'un réticule (ensemble de deux fils très fins disposés en croix) éclairé par une lampe et suivi d'une lentille.



Si le réticule est placé dans le plan focal objet de la lentille, son image est à l'infini. Pour un système optique situé au-delà sur l'axe optique, le réticule semble donc être à l'infini.

2.3 Condenseur.

Un condenseur est un dispositif destiné à concentrer la lumière sur un objet AB de taille inférieure à celle du condenseur. Il est constitué de deux lentilles convergentes accolées, équivalente à une unique lentille mince de distance focale f' et de rayon R .



La lampe étant positionnée au point L , la lumière qui en est issue converge en un point L' , tel que :

$$\frac{1}{\overline{OL'}} = \frac{1}{\overline{OL}} + \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OL'} = \frac{f' \overline{OL}}{\overline{OL} + f'} \quad (8)$$

La distance \overline{OL} étant donnée, où doit-on positionner le centre C de l'objet pour que celui-ci soit éclairé en totalité et qu'aucune lumière ne soit perdue ? On appelle d le rayon de l'objet, soit $AB = 2d$.

Il faut évidemment que les bords du faisceau à la sortie de la lentille passent exactement par les extrémités de l'objet. Les triangles $(L'CA)$ et $(L'OH)$ étant semblables, on a :

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{CL'}}{\overline{OL'}} \Rightarrow \frac{d}{R} = \frac{\overline{CL'}}{\overline{OL'}} \Rightarrow \overline{CL'} = \frac{d}{R} \times \overline{OL'} \quad (9)$$

La distance $\overline{OL'}$ est donnée par (8) et dépend du positionnement de la lampe par rapport à la lentille. On constate que la position de l'objet est fonction de sa taille d . Plus l'objet est grand (d grand), plus $\overline{CL'}$ est grand, donc plus l'objet doit être proche de la lentille. C'est tout à fait logique, puisque le faisceau est d'autant plus large qu'on se trouve proche de la lentille.

3 Montages à deux lentilles.

3.1 Lunette astronomique.

3.1.1 Construction d'une lunette astronomique.

Une lunette astronomique a pour fonction de voir à l'œil une image agrandie d'un objet situé à l'infini. Pour un meilleur confort d'utilisation, c'est-à-dire pour n'avoir pas à accommoder, l'image doit se former à l'infini. Le système est donc le suivant :

$$\infty \xrightarrow{LA} \infty$$

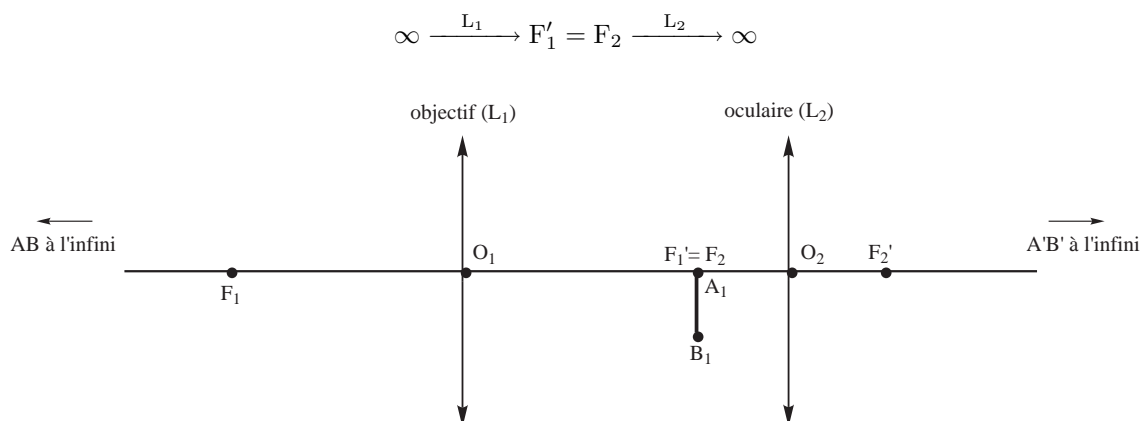
Il est tout à fait évident que le système ne peut pas se réduire à une unique lentille. En effet, l'image d'un objet à l'infini par une lentille se situe dans le plan focal image et n'est donc pas à l'infini. Pour réaliser une lunette astronomique, il faut donc deux lentilles successives :

- un **objectif**, lentille par laquelle la lumière entre dans la lunette,
- un **oculaire**, lentille derrière laquelle l'observateur positionne son œil.

L'image d'un point situé à l'infini n'est pas dans un plan situé à distance finie (plan focal image), mais à l'infini. Le système global constitué des deux lentilles est dit **afocal**. Si AB est un objet situé à l'infini avec A sur l'axe optique, on a donc le système suivant :

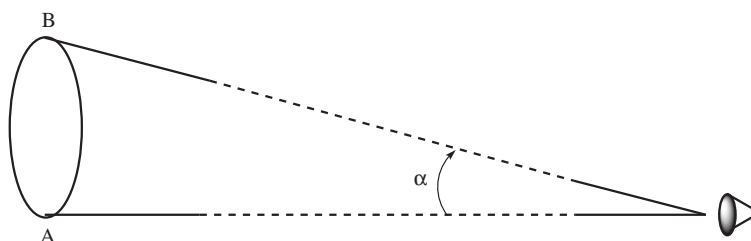
$$AB = \infty \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_2} A'B' = \infty$$

Or on sait que l'image de l'objet à l'infini par l'objectif (L_1) est dans son plan focal image, soit $A_1 = F'_1$. En outre, l'image finale à l'infini est conjuguée d'un objet situé dans le plan focal objet de l'oculaire (L_2). En conséquence, le foyer image de l'objectif doit être confondu avec le foyer objet de l'oculaire : $F_2 = A_1$.



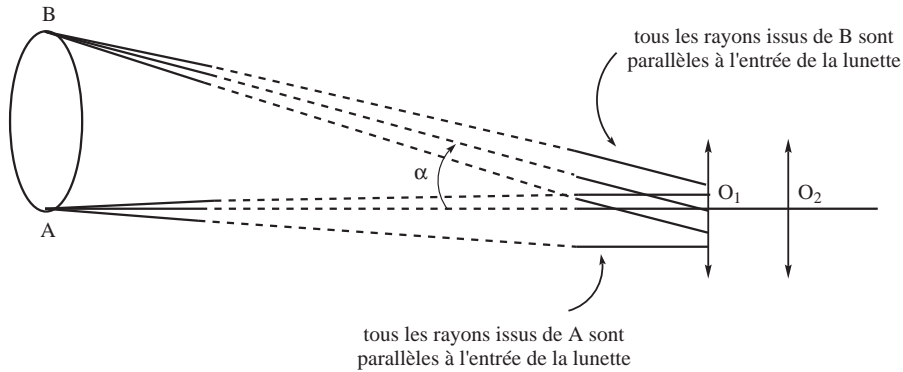
3.1.2 Construction de l'image par la lunette.

Considérons un astre lointain, dont on place par commodité une des extrémités A sur l'axe optique. On appelle diamètre apparent de l'étoile l'angle entre les rayons venant des deux extrémités de l'astre.



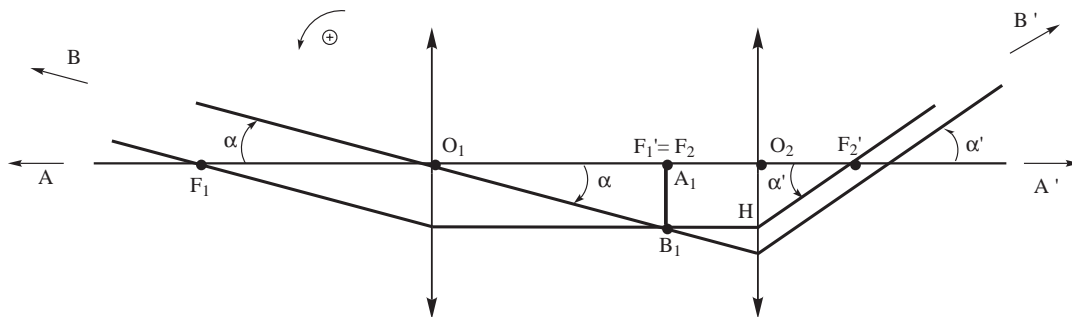
Cet angle est celui sous lequel l'astre est vu par un observateur qui le regarde directement. Le Soleil, par exemple, est vu depuis la Terre sous un angle de l'ordre de $30'$ d'arc (avec $1'$ d'arc correspondant à $1/60^\circ$).

Si le système d'observation est une lunette, le diamètre apparent est l'angle entre les rayons venant des extrémités de l'astre et pénétrant dans l'objectif. Or tous les rayons issus de A et arrivant sur la lentille sont quasiment parallèles entre eux, puisque A est extrêmement loin de la lentille. De même, tous les rayons issus de B arrivent parallèles entre eux sur la lentille.



En conséquence, le diamètre apparent de l'astre est l'angle entre un rayon quelconque issu de A, par exemple celui qui suit l'axe optique, et un rayon quelconque issu de B, par exemple celui qui passe par le centre optique.

Pour construire l'image de l'astre par la lunette, il suffit de déterminer l'image de B. Tous les rayons qui en sont issus arrivant parallèlement entre eux sur l'objectif, ils convergent dans le plan focal image de (L_1). Comme il s'agit également d'un point du plan focal objet de (L_2), les rayons ressortent parallèles entre eux de l'oculaire (L_2).



3.1.3 Grossissement angulaire par la lunette.

Soit α' l'angle que font, à la sortie de la lunette, les rayons issus des deux extrémités de l'astre. D'après le paragraphe précédent, α' est l'angle entre n'importe quel rayon venant de A et n'importe quel rayon issu de B, puisque tous les rayons issus de A ressortent parallèles entre eux, et tous les rayons issus de B ressortent également parallèles entre eux.

On appelle **grossissement** angulaire de la lunette le rapport :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \tag{10}$$

Dans l'approximation de Gauss, on a :

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{O_1 F'_1}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_1} \quad (11)$$

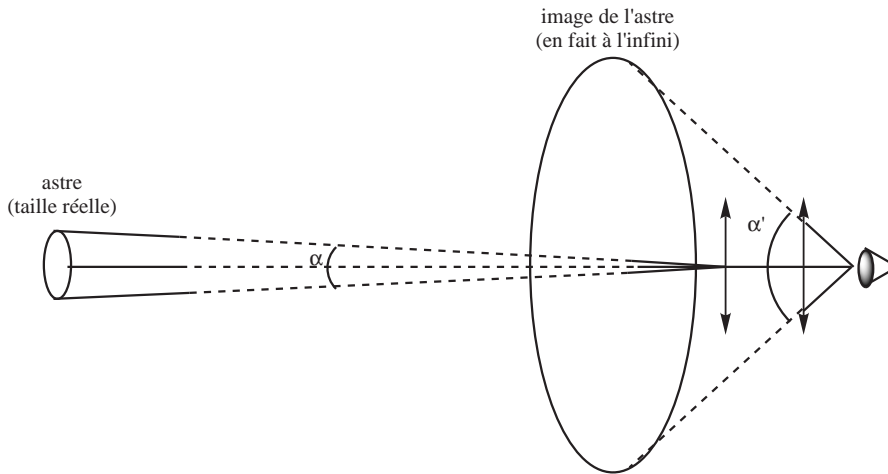
$$\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{O_2 H}}{\overline{F'_2 O_2}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{-f'_2} \quad (12)$$

On en déduit le grossissement dans les conditions de Gauss :

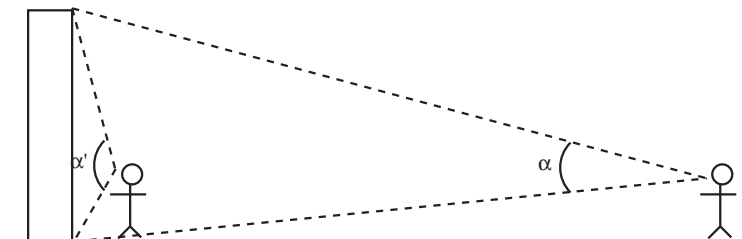
$$G = -\frac{f'_1}{f'_2} \quad (13)$$

Ce grossissement est négatif, c'est-à-dire que l'image est inversée : les rayons issus de l'extrémité supérieure de l'objet ressortent de l'oculaire en venant du bas. En outre, G est d'autant plus grand que $f'_1 \gg f'_2$. Une bonne lunette a donc un objectif de grande focale (typiquement de 1 à 20 m pour les très bonnes lunettes) suivie d'un oculaire de petite focale (de l'ordre de quelques cm).

Le fait que $\alpha' \gg \alpha$ correspond bien à un grossissement de l'image par rapport à l'objet. En effet, l'observateur sans lunette astronomique a l'impression que l'objet occupe visuellement un cône d'angle α , alors qu'avec la lunette, l'image de l'objet occupe un cône beaucoup plus grand, donc une plus grande partie de son champ de vision.



C'est le même effet que s'approcher d'une tour : lorsqu'on est loin, la tour paraît petite et l'angle sous lequel on la voit est faible. Plus on se rapproche, plus elle paraît grande. À la limite, à son pied, l'angle sous lequel on la voit est quasiment π et la tour paraît énorme.



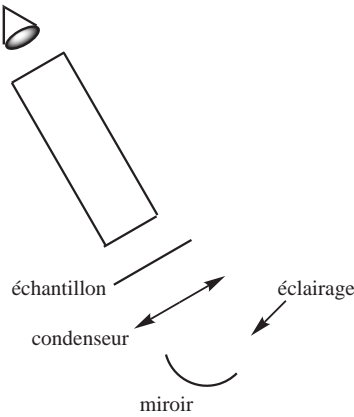
Une caractéristique importante (hors programme) d'une lunette astronomique est son pouvoir de résolution. Celui-ci est d'autant plus grand que la lunette permet de distinguer des objets de diamètre angulaire petit. Avec des très bonnes lunettes, on parvient à des résolutions de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-7} rad. Cela signifie qu'on peut également distinguer deux objets (ou deux détails d'un objet) séparés de cette distance angulaire.

Il existe des variantes de la lunette astronomique, en particulier la lunette de Galilée dont l'oculaire est une lentille divergente. Le principe en est toujours le même : avoir un système afocal de grossissement important en valeur absolue.

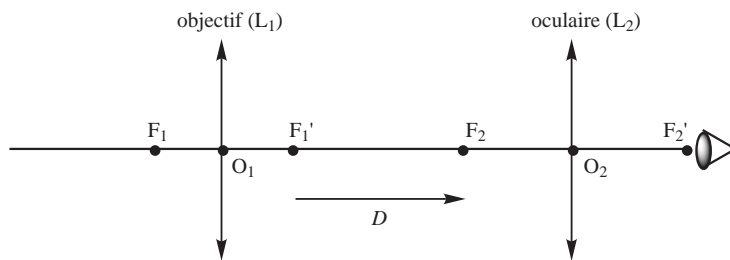
3.2 Microscope.

3.2.1 Description.

Le microscope a pour but de former une image agrandie d'un objet très petit situé à une distance finie. L'échantillon est placé sur une lame de verre éclairée par le dessous par une source de lumière suivie d'un condenseur.



Le dispositif optique lui-même est constitué de deux lentilles convergentes, l'objectif et l'oculaire, situées à une distance fixe l'une de l'autre. La distance focale de l'objectif est de l'ordre de $f'_1 = 10$ mm (généralement entre 2 et 45 mm), et celle de l'oculaire autour de $f'_2 = 20$ mm (généralement entre 15 et 45 mm). La distance entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire est de l'ordre de $D = \overline{F'_1 F_2} = 15$ cm. Par construction, l'œil de l'utilisateur est situé très proche du foyer image F'_2 de l'oculaire.

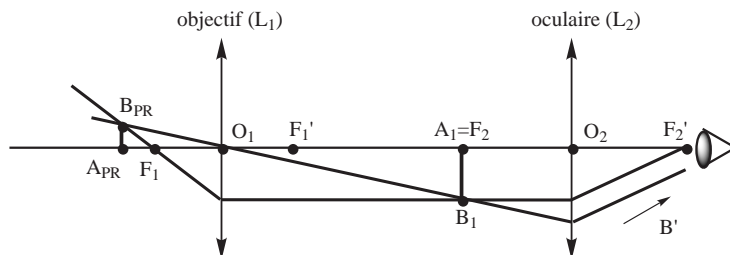


3.2.2 Mise au point.

La mise au point du microscope consiste à régler la distance entre l'objet et l'objectif de sorte à voir l'image.

La position la plus confortable pour effectuer une observation est de placer l'image $A'B'$ à l'infini, c'est-à-dire au punctum remotum (PR) de l'œil. Or l'infini sur l'axe est l'image de F_2 par l'oculaire; l'image intermédiaire est dans le plan focal objet de l'oculaire. On a donc le système suivant pour un point de l'objet situé sur l'axe optique :

$$A_{PR} \xrightarrow{L_1} A_1 = F_2 \xrightarrow{L_2} A' = PR = \infty$$



L'objet doit donc être positionné de sorte que son image par (L_1) soit dans le plan focal objet de l'oculaire. On peut facilement le construire à partir de A_1B_1 , par exemple à l'aide du rayon qui passe par O et B_1 et du rayon qui arrive en B_1 parallèle à l'axe et qui est donc passé par F_1 .

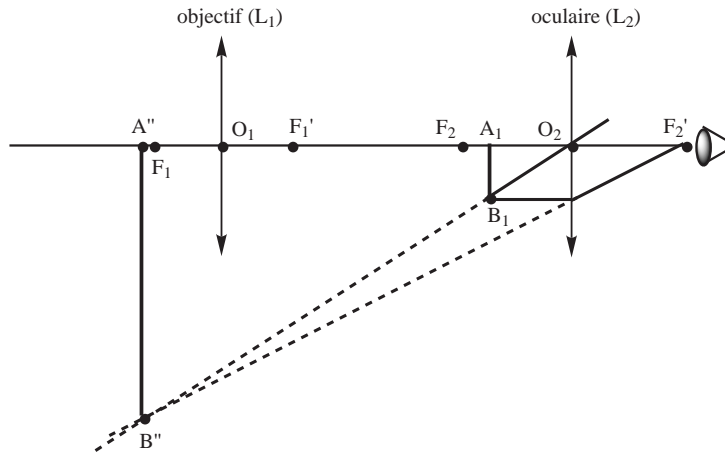
La construction graphique montre que l'objet se situe avant le foyer objet de l'objectif. Sa position peut être déterminée à l'aide la formule de conjugaison de Newton, appliquée au couple de points ($A_{PR}, A_1 = F_2$) conjugués par l'objectif (L_1) :

$$\overline{F_1 A_{PR}} \cdot \overline{F_1' F_2} = -f_1'^2 \Rightarrow \overline{F_1 A_{PR}} = -\frac{f_1'^2}{D} \quad (14)$$

L'œil pouvant accommoder, l'observateur peut encore voir l'image si celle-ci n'est pas à l'infini, le cas limite étant celui où l'image $A''B''$ se trouve au punctum proximum PP, soit environ 25 cm en avant de l'œil. Celui-ci étant au foyer image de l'oculaire, cela correspond à $\overline{F_2' A''} = -PP \approx -25$ cm.

$$A_{PP} \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'' = PP$$

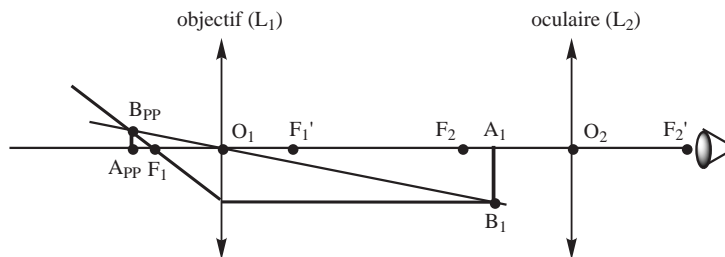
Étant donnée la taille du microscope et la valeur du punctum proximum, l'image finale se forme en avant de l'objectif. On peut en déduire par construction l'image intermédiaire, puisque B'' est l'image de B_1 par (L_2)



La position de l'image intermédiaire s'obtient à l'aide de la formule de conjugaison de Newton :

$$\overline{F_2 A_1} \cdot \overline{F_2' A''} = -f_2'^2 \Rightarrow \overline{F_2 A_1} = -\frac{f_2'^2}{-PP} = \frac{f_2'^2}{PP} \quad (15)$$

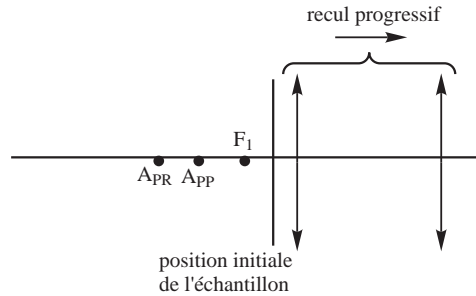
On peut ensuite construire l'objet, sachant que B_1 est l'image de B_{PP} par (L_1).



En appliquant à nouveau la formule de Newton et en utilisant (15), on calcule la position de l'objet, qui est à nouveau avant le foyer objet de l'oculaire :

$$\overline{F_1 A_{PP}} \cdot \overline{F'_1 A_1} = -f_1'^2 \Rightarrow \overline{F_1 A_{PP}} = -\frac{f_1'^2}{\overline{F'_1 F_2} + \overline{F_2 A_1}} = -\frac{f_1'^2}{D + \frac{f_2'^2}{PP}} \quad (16)$$

En comparant (14) et (16), on constate que l'objet est plus proche de l'objectif lorsque l'image se trouve au punctum proximum, puisque $|\overline{F_1 A_{PR}}| > |\overline{F_1 A_{PP}}|$. La mise au point du microscope se fait en collant l'échantillon à l'objectif, puis en reculant petit à petit le tube contenant les lentilles. À un moment donné, l'objet arrive à la position A_{PP} et on commence à voir l'image en accommodant. En reculant encore un peu, l'objet arrive à la position A_{PR} et on voit sans accommoder.



On peut retenir que, dans une utilisation normale du microscope, l'objet est toujours positionné avant le foyer objet de l'objectif F_1 . D'autre part, le trajet des rayons construits montre que l'image est inversée : l'extrémité B de l'objet est située au-dessus de l'axe optique, alors que les rayons qui en sont issus arrivent à l'œil de l'observateur en venant du bas.

3.2.3 Latitude de mise au point.

La **latitude de mise au point** du microscope correspond à la distance séparant les deux positions extrêmes de l'objet telles qu'on puisse en voir l'image, soit $\overline{A_{PR}A_{PP}}$. En utilisant (14) et (16), on a :

$$\overline{A_{PR}A_{PP}} = -\overline{F_1 A_{PR}} + \overline{F_1 A_{PP}} = \frac{f_1'^2}{D} - \frac{f_1'^2}{D + \frac{f_2'^2}{PP}} = \frac{f_1'^2}{D} \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{f_2'^2}{D \times PP}} \right) \quad (17)$$

Par construction, $f_2'^2 \ll D \times PP$. On peut donc faire un développement limité au premier ordre :

$$\overline{A_{PR}A_{PP}} = \frac{f_1'^2}{D} \times \frac{f_2'^2}{D \times PP} = \frac{f_1'^2 f_2'^2}{D^2 \times PP} \quad (18)$$

Cette distance est de l'ordre du μm . C'est donc sur un domaine très restreint que l'objet doit être positionné si on veut en voir l'image. Le réglage du microscope nécessite une vis micrométrique, pour pouvoir déplacer l'ensemble suffisamment finement.

3.2.4 Puissance.

Dans le cas où l'image est au punctum remotum (image à l'infini), on peut calculer la puissance intrinsèque du microscope, qui est le rapport entre l'angle sous lequel on voit l'image et la taille de l'objet :

$$P_i = \left| \frac{\alpha'}{\overline{AB}} \right| \quad (19)$$

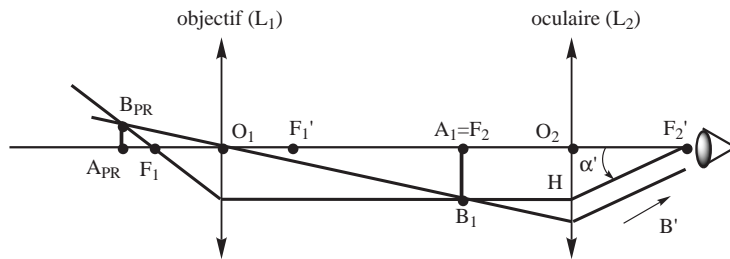
D'une façon évidente, on peut écrire :

$$P_i = \left| \frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}} \right| \times \left| \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} \right| = P_2 \times |\gamma_1| \quad (20)$$

où P_2 est la puissance intrinsèque de l'oculaire et γ_1 le grandissement transversal par l'objectif. Évaluons ces deux termes. On rappelle qu'on se place dans le cas où l'image est à l'infini, ce qui implique que l'image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire ($A_1 = F_2$).

D'après la formule du grandissement de Newton, on a :

$$|\gamma_1| = \left| \frac{\overline{F'_1A_1}}{-f'_1} \right| = \frac{\overline{F'_1F_2}}{f'_1} = \frac{D}{f'_1} \quad (21)$$



D'autre part, l'angle sous lequel on voit l'image étant supposé petit, il est assimilable à sa tangente. On en déduit la puissance intrinsèque de l'oculaire

$$|\alpha'| \approx |\tan \alpha'| = \left| \frac{\overline{O_2H}}{\overline{F'_2O_2}} \right| = \left| \frac{\overline{A_1B_1}}{f'_2} \right| \Rightarrow P_2 = \left| \frac{\alpha'}{\overline{A_1B_1}} \right| = \frac{1}{f'_2} \quad (22)$$

La puissance intrinsèque du microscope est donc :

$$P_i = \frac{D}{f'_1 f'_2} \quad (23)$$

On a donc intérêt à avoir une distance entre objectif et oculaire la plus grande possible pour que l'angle α' sous lequel on voit l'image soit le plus grand possible.

De même que pour la lunette, on peut définir la résolution du microscope. C'est la distance entre deux points de l'échantillon qu'on peut distinguer l'un de l'autre. Elle est d'environ $1 \mu\text{m}$. En-dessous, il apparaît des problèmes de diffraction.