

PHENOMENE D'AUTO-INDUCTION

Approche pédagogique du phénomène d'induction si rébarbatif à priori.

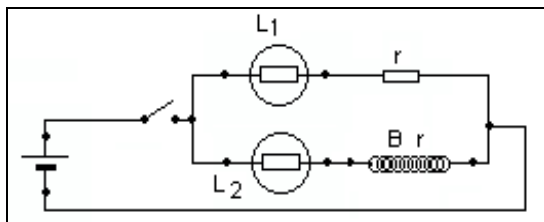
Ce phénomène débouche sur la loi de Lenz . Cette dernière a été établie d'une façon bien évidemment différente au 19^{ème} siècle.

Il ne s'agit pas tant ici de refaire la science que d'emprunter une même volonté d'étude scientifique d'un phénomène curieux et au combien riche de conséquences .

A-Mise en évidence :aspects qualitatifs.

On réalise le montage suivant, dans lequel L_1 et L_2 sont deux lampes identiques et B une bobine de résistance r .

Remarquons que cette expérience pourrait être fortuite; l'histoire des sciences est émaillée de découvertes fortuites.

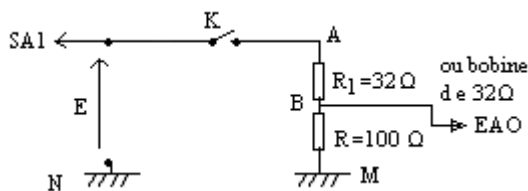
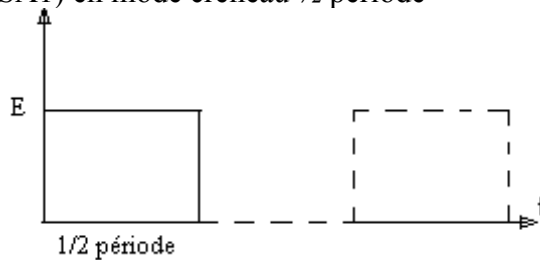


L'interrupteur étant fermé, on observe que L_2 s'allume avec un léger retard sur L_1 ; très vite ensuite les lampes brillent de la même façon.

- 1-Pourquoi les lampes sont-elles identiques ?
- 2-Pourquoi la résistance de la bobine est-elle égale à celle de la branche L_1 ?
- 3-Pourrait-on justifier le retard par la longueur du fil de la bobine ?
- 4-Indépendamment de la connaissance de la loi de Lenz, quel type de dipôle qui remplacerait la bobine pourrait tout aussi bien contrarier l'allumage de L_2 ?

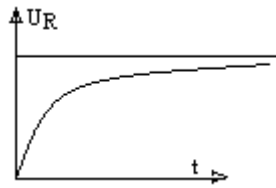
B-Etude quantitative.

a-Exp.1 Réalisons le montage suivant dans lequel E (6V) peut être remplacé par la sortie d'une carte d'acquisition (SA1) en mode créneau $\frac{1}{2}$ période



On observe alors , après avoir fermé K que la tension aux bornes de R , U_{BM} s'établit instantanément à la valeur prévue et donnée par : $U_R = ER/(R+R_1)$.

b-Exp.2 Remplaçons R_1 par une bobine de fil de résistance $r = 32\Omega$ portant l'indication (ésotérique à ce stade) $0,1H$ et observons la courbe



On obtient une tension finale égale à la précédente mais avec un certain retard.
 Cette première série d'expériences ne fait que quantifier l'expérience du retard à l'allumage puisque dans ce cas on peut mesurer plus facilement l'évolution du " retard "

Interprétation :

La tension U_R visualise l'intensité i .

La bobine introduit un certain retard à l'établissement du courant !mais son rôle cesse après un certain temps tandis que i cesse de varier et elle joue alors le rôle du simple résistor auquel on aurait pu l'assimiler (simple fil bobiné).

La bobine ne joue ce rôle spécifique que lorsque courant varie.

Un simple résistor n'introduirait pas de retard (rappeler vitesse des électrons dans un circuit.....)

Il est tout à fait plausible de dire qu'elle se comporte comme un générateur en opposition ;mais cette opposition diminue avec le temps :un générateur en opposition mais variable en fonction de i serait plus juste.

On peut donc être amené à étudier U_L en fonction de di/dt , expression la plus simple traduisant les variations de i .

c-Aspects quantitatifs

A partir de la courbe précédente il est facile de représenter U_L , tension aux bornes de la bobine, en fonction de di/dt .

i est donné par U_R / R et di/dt par la fonction " dérivée " disponible généralement avec le logiciel de saisie des mesures

U_L est déterminé par $u_L = E - R \cdot i$

Résultat: nous représentons la courbe donnant U_L en fonction de di/dt

Observations :

U_L est une fonction affine de di/dt :c'est un résultat très encourageant et qui nous conforte dans l'hypothèse de l'étude de U_L en fonction de di/dt , bien que l'on aurait souhaité aboutir à une fonction linéaire . Quelle est le sens physique de l'ordonnée à l'origine?

Modélisons, déterminons la pente A, l'ordonnée à l'origine B et notons les valeurs dans le tableau suivant

R (Ω)	0	50	100	200	500	1000	2000	5000
B	6	2.34	1.45	0.827	0.36	0.186	0.0945	0.038
A	0	0.061	0.086	0.090	0.094	0.097	0.098	0.099

Conclusion ?

quand R augmente indéfiniment B tend vers 0 et A vers 0,1

On peut donc penser que 0,1 est une valeur ne dépendant pas de R et caractéristique de la bobine : nous la notons L .L est par définition l'inductance de la bobine :elle s'exprime dans le système international en henry (H) ,valeur généralement très forte (mH plus usuels)-C'est une grandeur qui caractérise la propriété spécifique de la bobine de s'opposer aux variations d'intensité.

Par ailleurs B a nécessairement la dimension d'une tension qui augmente quand R diminue , soit quand le courant est plus faible , comme l'on peut s'en rendre compte en examinant le tableau.

On songe bien évidemment à attribuer la valeur de B à celle de r_i , r pouvant représenter la résistance de la bobine.

Avec ces deux hypothèses on peut donc écrire :

$$U_L = L di/dt + r_i i$$

Et il est facile de vérifier leur bien fondé en écrivant $U_L = 0.1 \cdot i_p + 32 \cdot i$ dans la feuille de calcul et de construire le tableau correspondant dans la feuille de tableau avec celui de u_L

On peut aussi vérifier la validité de l'hypothèse en étudiant le problème de l'annulation du courant.

On peut néanmoins noter un élément déconcertant à ce stade : nous avons bien dit que U_L est une fonction affine de t et il nous semble bien l'avoir vérifié; pourtant le terme " ri " n'est pas une constante dans l'expression " $U_L = L di/dt + ri$ "

L'ambiguïté sera levée après l'étude analytique à défaut d'imaginer que i est une fonction exponentielle dont la dérivée est aussi une fonction exponentielle.

d-Annulation du courant dans un circuit RL

On doit s'attendre à un résultat analogue à celui de l'établissement -soit un certain retard.

Montage :

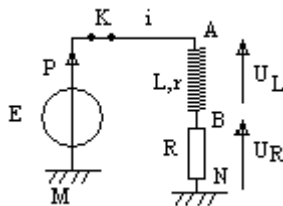
Annuler le courant n'est pas simplement l'élimination pure et simple du générateur car alors le circuit est ouvert et il sera bien évidemment difficile au courant de circuler.

Il suffira donc de remplacer dans les paramètres du montage précédent la demi-période par une période de sorte qu'instantanément après $T/2$, le générateur est remplacé par un simple fil conducteur puisque la tension à ses bornes est nulle-chose qu'il aurait été impensable de réaliser avec un commutateur à deux directions.

On observe alors comme prévue une courbe analogue mettant en évidence un retard à l'annulation.

C-Caractéristiques des courbes précédentes :étude analytique.

a-établissement du courant



$$U_{PN} = U_{AB} + U_{BN} = U_L + U_R$$

$$U_{PN} = L di/dt + ri + Ri$$

$$U_{PN} = L di/dt + (R+r)i$$

Cette équation différentielle admet une solution du type $i = Ae^{-\lambda t} + B$ comme on pouvait le pressentir d'après l'allure de la courbe expérimentale obtenue .

Nous allons donc définir les constantes.

$$di/dt = -\lambda A e^{-\lambda t}$$

reportés dans l'équation différentielle :

$$E = -\lambda L A e^{-\lambda t} + (R+r) (Ae^{-\lambda t} + B) \text{ soit } E = e^{-\lambda t} \cdot (-\lambda L A + (R+r)A) + (R+r)B$$

Pour que cette égalité soit vérifiée quelque-soit t il faut donc que $(-\lambda L A + (R+r)A) = 0$ et donc que

$$E = (R+r)B$$

Par suite: $\lambda = (R+r)/L$ et $B = E/(R+r)$

Les conditions initiales déterminent A : en $t=0$, $i=0$

$$\text{Soit : } 0 = A+B \text{ et } A = -B = -E/(R+r)$$

La solution de l'équation différentielle est ainsi :

$$i = (-E/(R+r))e^{-\lambda t} + E/(R+r)$$

$$i = (E/(R+r))(1 - e^{-\lambda t})$$

Sens physique des termes:

λ : dimension s^{-1} , par suite $\tau = 1/\lambda$ a la dimension d'un temps avec $\tau = L/(R+r)$; c'est la constante de temps du circuit. Grandeur analogue à RC pour un circuit RC.

$E/(R+r)$: c'est la valeur finale de l'intensité I_f

On écrira donc d'une manière plus parlante :

$$i = I_f (1 - e^{-t/\tau})$$

Remarque : retour sur l'étude expérimentale-étude de U_L en fonction de di/dt

Ecrivons $i = I_f(1 - e^{-\lambda t}) = I_f - I_f e^{-\lambda t}$; alors : $di/dt = \lambda I_f e^{-\lambda t} = \lambda (I_f - i)$ soit $i = I_f - (1/\lambda) \cdot di/dt$

Par suite $U_L = L di/dt + ri = L di/dt + r (I_f - (1/\lambda) \cdot di/dt)$

$$U_L = (L - r/\lambda) \cdot di/dt + r I_f$$

En remplaçant λ et I_f par leur expression en fonctions des paramètres du circuit , il vient :

$$U_L = (LR/(R+r)) di/dt + rE/(R+r)$$

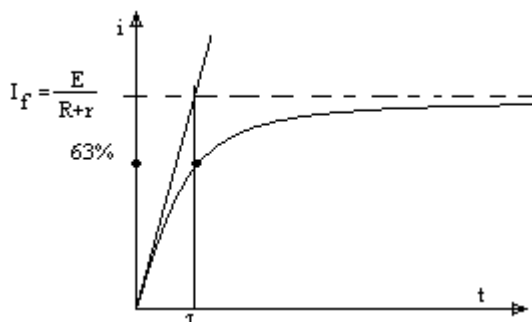
On voit donc que la tension aux bornes de la bobine est bien une fonction affine de di/dt

Mais le coefficient directeur n'est égal à L que lorsque $R \gg r$; quant à l'ordonnée à l'origine elle tend alors vers 0 quand R augmente indéfiniment

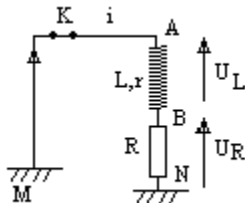
En conclusion , malgré les apparences U_L qui est égal à $L di/dt + ri$ est bien , malgré le terme ri variable , une fonction affine de di/dt ; ce paradoxe est du aux propriétés de la fonction exponentielle-néanmoins les termes constants de la fonction affine ne sont pas les mêmes

b-allure théorique de la courbe d'établissement du courant

A titre d'exercice on montrera que $i = 63\% I_f$ pour $t = \tau$ et 99% pour 5τ et que , comme pour la courbe de charge du condensateur , la pente à l'origine coupe la droite $i = I_f$ en $t = \tau$ ce , qui est un moyen de déterminer la constante de temps ou encore L si r et R sont connus.



c-annulation du courant



Rappelons que le courant *persiste dans le même sens* pendant le transitoire :

C'est une raison suffisante pour utiliser dans ce cas aussi l'expression retenue pour l'établissement :

$$U_L = L di/dt + ri$$

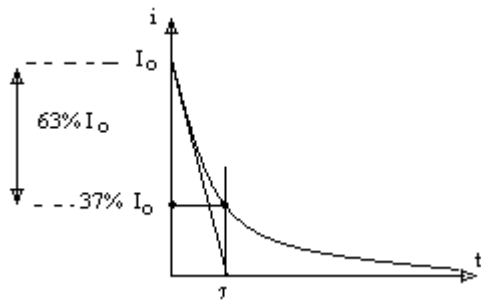
$$0 = U_{AB} + U_{BN} = U_L + U_R$$

$$0 = L di/dt + ri + Ri$$

$$0 = L di/dt + (R+r)i$$

On établira comme précédemment que cette équation différentielle admet pour solution $i = I_0 e^{-\lambda t}$ I_0 étant la valeur du courant initial.

d-allure théorique de la courbe d'annulation du courant



Cette allure est très bien confirmée par les résultats expérimentaux

IV- Conclusion

L'expression $U_L = L di/dt + ri$ traduit bien le comportement de la bobine et est analogue à la caractéristique d'un dipôle.

Les courbes d'établissement du courant ou de son annulation sont semblables à celles obtenues dans le cas des condensateurs. Mais au-delà de L , la résistance joue un rôle inverse dans la vitesse de réponse du circuit.

Obtenir par une bobine un effet de retard important nécessitera une résistance très faible du circuit, difficile en pratique à obtenir, sinon par l'intermédiaire de circuits particuliers à défaut d'opérer dans le domaine de la supra-conductivité.

Réponses

- 1- Pour ne pas imputer le retard observé à la nature de la lampe.
- 2- Pour ne pas imputer le retard observé à la résistance des deux branches.
- 3- C'est tentant! Mais on sait que dans un circuit classique (résistif) le courant s'établit immédiatement et ce malgré la longueur du circuit.

Une image intéressante de cet aspect nous est donnée par le démarrage d'une file de voiture au passage du feu vert.

Chaque voiture avance alors lentement mais tous les conducteurs reçoivent l'ordre de démarrage

à la vitesse de la lumière (verte en l'occurrence). Si la file mesurait 300000km le dernier conducteur aurait un retard d'au moins une seconde.

Indépendamment des temps de réaction des conducteurs, on retrouve le même comportement des électrons dans un fil conducteur; ils se déplacent plutôt lentement (mm/s) mais l'ordre de mise en marche de la file toute entière est émis à la vitesse de la lumière.

Remarque: on économiserait beaucoup de pétrole si l'on s'inspirait du modèle électrique en démarrant simultanément au signal vert. C'est aujourd'hui possible avec l'électronique embarquée et les systèmes de freinage assisté.

- 4- Un générateur variable, en opposition, dont la tension finirait par devenir nulle.