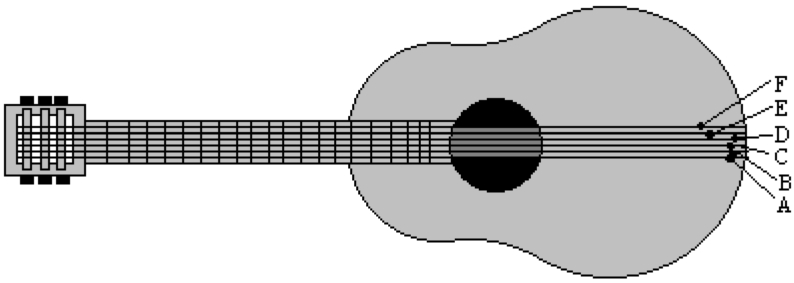
Etude d'une guitare

Une guitare comporte 6 cordes A, B, C, D, E et F.Sur son manche se trouvent des cases appelées touches et numérotées 1, 2, 3, 4….n à partir de la tête de l'instrument.
Une corde est à vide lorsqu'elle n'est pas appuyée contre le manche au niveau d'une case.
A vide toutes les cordes vibrent sur la longueur L_o = 65 cm ; appuyée sur la case n une corde vibre sur la longueur notée L_n.



I-Mode de vibration fondamental

1-Etablissement d'une loi.

Les cordes E et F sont en acier de masse volumique a=$7{,}8.10^3$ kg.m^{-3} et de diamètres respectifs 0,40 mm et 0,30 mm.
On constate que F vibre à vide avec une fréquence supérieure à celle de E.
Par ailleurs, pour une de ces mêmes cordes, on observe que la hauteur du son est plus importante quand le numéro de la case augmente.
Enfin , si l'on tend davantage une même corde , elle émet à vide un son d'une hauteur plus grande.
Dans tous les cas on n'observe qu'un seul fuseau.

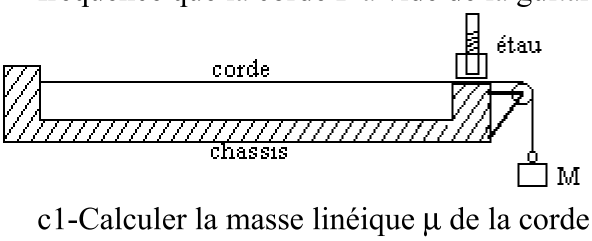
a-Des trois formules suivantes proposées pour exprimer la fréquence N d'une corde tendue en fonction de sa masse linéique μ , de sa tension T et de sa longueur L une seule est bonne :Laquelle?Justifier l'élimination des deux autres

1 $N=\frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$ 2 $N=\frac{L}{2}\sqrt{\mu T}$ 3 $N=\sqrt{\frac{T}{\mu L}}$

On rappelle la définition de μ : μ= m/L = masse par unité de longueur de la corde

b-Par une analyse dimensionnelle, exprimer N en fonction de T , m et L et retrouver la bonne formule.

c-Afin de déterminer le coefficient de proportionnalité k qui apparaît dans l'expression précédente on procède à une seule expérience.
A l'aide d'une poulie et d'une surcharge M, la corde F est tendue sur un châssis rigide horizontal muni d'une caisse de résonance.On ajuste alors la valeur de la masse M de sorte qu'après l'avoir bloquée avec l'étau, pincée en son milieu, la corde laisse entendre la même fréquence que la corde F à vide de la guitare.



c1-Calculer la masse linéique μ de la corde
c2-En déduire la valeur de k
Données g=9.8 N.kg^{-1} N=330Hz M=10,3 kg L=0,65m
(on pourra exprimer k sous forme fractionnaire)

d-Comment pourrait-on déterminer la vitesse de propagation de l'onde sur cette corde ?

II-Construction des cases

Soit N_o la fréquence du fondamental pour la corde à vide et N_n cette même fréquence pour la même corde appuyée sur la case n.

Les longueurs L_n sont calculées pour que le rapport N_n / N_{n-1} soit constant et égal à r = 1,0595

1-Justifier ce choix après avoir remarqué que $r^{12} = 2$

2-a-Exprimer la fréquence N_n en fonction de N_o, r et n

b-Exprimer la longueur L_n en fonction de N_n , T et μ , sachant que le fait d'appuyer sur la corde ne modifie pas sa tension.

c-En déduire l'expression littérale de L_n en fonction de L_o , r et n

Que peut-on en conclure quant à la largeur des cases ?

3-a-Quelle est la longueur L'_n de la corde E correspondant à la fréquence à vide de F sachant que sa masse linéique μ' est égale à $9,8.10^{-4}$ kg.m^{-1} , la tension prenant une valeur très légèrement différente égale à 101,2N ?

b-Quel est alors le numéro de la case correspondante ?

III-Jeu « en harmoniques »

Pour jouer « en harmoniques » une note, l'instrumentiste effleure la corde en un point précis en créant très brièvement un nœud de vibration , de façon à privilégier l'émergence de la fréquence double ou triple (2ème et 3ème harmonique , le premier étant le fondamental).

Le son résultant est plus suspendu , légèrement éthéré, bref, du plus bel effet pour traduire la musique des anges.

Quelle doit être la longueur de la corde pour jouer ces deux harmoniques ?Justifier la réponse.

A quelles cases respectives correspondent ces harmoniques ?

IV-Vibrato

C'est une façon d'opérer une modulation de fréquence-la hauteur de la note fluctue très légèrement sans aller jusqu'à la note tremblotante.Cette technique donne un peu plus de relief au chant.

Pour effectuer un vibrato, il faut donc augmenter la fréquence d'une même note:

Comment est-ce possible ?

Est-ce que la tension et la longueur de la corde sont indépendantes ?Que faut-il en conclure ?

Réponses

I-1-a

3 montre que N ne dépend pas de L ce qui est faux d'après l'énoncé ; 2 montre que…..

ou analyse dimensionnelle.

b

c1 $\mu = m/L_o = aV/L_o = a\pi D^2/4\ L_o/L_o = 5{,}51.10^{-4}$ kg;m^{-1}

c2 N=k rac(T) / rac(mL) d'après le résultat de l'analyse dimensionnelle

N=krac(Mg/μL^2) soit k=N.L.rac(μ/Mg) = 0.50=1/2

d- $L=\lambda/2 = v/2N$ v=2NL =2*0.65*330=429 ms^{-1}

II-1- cela permet de construire la gamme tempérée

2-a- $N_n = r^n N_o$

b- L_n= (1/2N_n).rac (T/μ)

c- L_o= (1/2N_o).rac (T/μ) => L_n = (1/2N_n).2$N_o L_o$ = $N_o L_o/N_n = L_o/r_n$

3-a L'_n= (1/2N_n).rac(T/μ') = 0,487m

b r^n = 0,65/0,4869 nlogr =log (…. n=5 :cinquième case).

Pourquoi dans ce type de jeu le musicien emprunte-t-il une gamme différente en toute rigueur ?

Rep. Ces harmoniques ont construit la gamme de Zarlino

III-(0,5pt) 12ème et 19ème case

Extension :

IV Vibrato

Comment est-ce possible ?……

Rep. la formule $N=(1/2L).\sqrt{(T/\mu)}$ montre la possibilité de faire varier L ou encore T c'est T qui est choisi dans le cas de la guitare, L dans celui du violon .

Remarquer , que T est modifié par L et non pas en agissant sur les cheville de tension, de sorte que L est aussi modifié ; ainsi T augmente en même temps que L mais ces deux accroissements ne se compensent pas et l'on observe en fin de compte une augmentation de la fréquence.