

Marées exercice de type TPE

L'observation du phénomène des marées ne date pas d'hier et le rôle de la lune a sans doute été très rapidement pressenti, ainsi donc qu'une influence astrale.

Depuis Newton cette influence a été quantifiée par une loi que lui-même a mise à profit pour une interprétation.

A-Première interprétation

1-A quelle loi est-il fait allusion ?

2- (L'eau constitue les 4/5 de la surface du globe et c'est le seul élément de masse conséquente, fluide et par suite déplaçable.

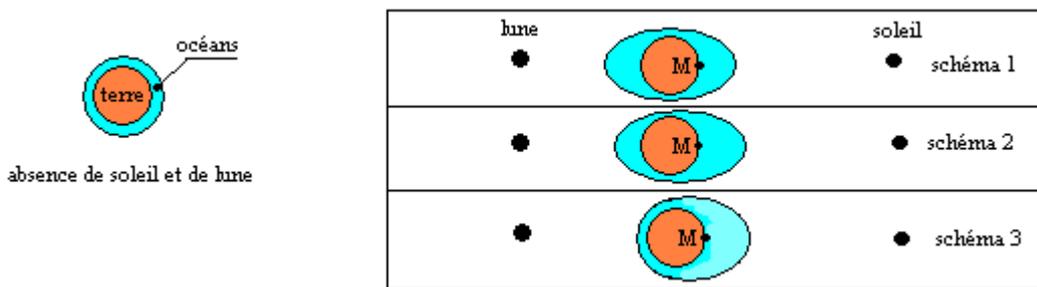
On pourrait donc, dans une première ébauche, considérer que la marée est due à l'attraction de la lune et, pourquoi pas, du soleil sur les masses liquides des océans.

Exprimer littéralement le **rapport** entre la force d'attraction exercée par la lune et par le soleil sur la masse des océans en fonction des masses M_L et M_S de la lune et du soleil ainsi que des distances d_S et d_L du soleil à la terre et de la lune à la terre.

Faire l'application numérique $M_S = 1,98.10^{30}$ kg $M_L = 7,4.10^{22}$ kg $d_S = 1,50.10^{11}$ m
 $d_L = 3,84.10^8$ m

3- Que penser de l'influence du soleil dans le cadre de cette étude ?

4-a Si l'hypothèse précédente est retenue, justifier que seul le schéma 3 convient pour illustrer la situation.



4-b- Combien de marées hautes devrait-on alors observer par 24h, au lieu M sur le schéma 3 ? Justifier.

On rappelle que la période de rotation propre de la lune autour de la terre est de 27j 7h.

4 c-Le tableau suivant indique les heures de marée haute (High Tide) et de marées basses (Low Tide) à Cayenne. Que faut-il donc penser de l'hypothèse ?

Pourquoi avoir choisi cette date et cette ville ?

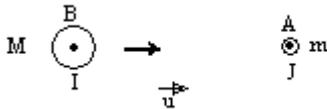
Cayenne, French Guiana

4.9333° N, 52.3333° W

2003-06-20 4:19 AM GFT 3.94 feet Low Tide	2003-06-20 6:18 AM GFT Sunrise
2003-06-20 10:32 AM GFT 9.07 feet High Tide	2003-06-20 4:54 PM GFT 3.71
2003-06-20 6:43 PM GFT Sunset	2003-06-20 11:10 PM GFT 8.75
2003-06-21 5:19 AM GFT 4.10 feet Low Tide	2003-06-21 6:18 AM GFT Sunrise
2003-06-21 11:32 AM GFT 8.82 feet High Tide	2003-06-21 11:46 AM GFT Last Quarter
2003-06-21 5:52 PM GFT 3.92 feet Low Tide	2003-06-21 6:43 PM GFT Sunset
2003-06-22 12:09 AM GFT 8.68 feet High Tide	2003-06-22 6:18 AM GFT
2003-06-22 6:21 AM GFT 4.14 feet Low Tide	2003-06-22 12:34 PM GFT 8.69

B-Nouvelle interprétation

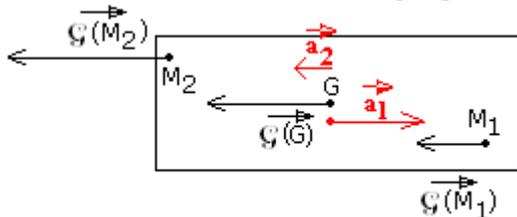
1- Etablir l'expression vectorielle de la force exercée par l'astre B de masse M sur le satellite A de masse m en fonction de r distance des centres d'inertie I et J, m, M et \mathbf{u} le vecteur unitaire (voir schéma)



- 2- En déduire que, dans un référentiel galiléen le mouvement de A ne dépend pas de sa masse.
3- Quelle incidence aurait le résultat précédent sur les marées ? Conclure.

C-Dernière interprétation : microgravité

Considérons un vaisseau spatial de centre de gravité G dans un champ gravitationnel légèrement non uniforme de valeur \mathcal{G} tel que pour les deux points M_1 et M_2 $\|\mathcal{G}(M_1)\| < \|\mathcal{G}(M_2)\|$



\mathbf{a}_v l'accélération du vaisseau peut être prise égale à $\mathcal{G}(G)$ (en caractères gras les expressions vectorielles)

- Exprimer $\|\mathcal{G}(G)\|$ en fonction de la masse M de la planète créant le champ gravitationnel et de la distance r séparant son centre de G
- $\mathbf{a}_2 = \mathcal{G}(M_2) - \mathcal{G}(G)$ représente la différence entre l'accélération de M_2 et celle de G dans le référentiel galiléen ou encore l'accélération relative de M_2 dans le vaisseau spatial. Représenter \mathbf{a}_2 sur le schéma.
De la même façon représenter l'accélération relative \mathbf{a}_1 de M_1 dans le référentiel du vaisseau
- La conséquence de l'existence de ces accélérations différentielles \mathbf{a}_1 et \mathbf{a}_2 est un effet de triage des objets : Préciser le sens du mot « triage »
- Retour sur les marées :
La situation est tout à fait analogue
 - D'où provient l'existence d'un champ gravitationnel non uniforme ?
 - Quelle est la nature des objets ainsi triés ?

- 5- Aspects quantitatifs : cas de la marée créée par la lune exclusivement

Exprimer $\mathcal{G}_L(G)$ en fonction de M_L la masse de la lune, d_L la distance de la terre à la lune, G étant le centre de gravité de la terre.

Exprimer de même $\mathcal{G}_L(M_1)$ en fonction de M_L , d_L et R le rayon terrestre

Montrer alors que $|\Delta \mathcal{G}_L| = |\mathcal{G}(M_1) - \mathcal{G}_L(G)|$ est égal à $2GM_L R / (d_L^3)$ expression dans laquelle G est la constante de gravitation - on rappelle que si $\epsilon \ll 1$ alors

$$(1+\epsilon)^n = 1+n\epsilon$$

Comparer $\Delta \mathcal{G}_L$ et $\Delta \mathcal{G}_s$ accélération différentielle pour une marée exclusivement due au soleil et faire l'application numérique avec les données de la question A-2

Conclusion

Réponses

A1: Attraction universelle

A2: $F_{L/T} = GM_L M_T / d_L^2$ $F_{S/T} = GM_S M_T / d_{S,T}^2$

$$F_{S/T} / F_{L/T} = M_S d_L^2 / d_S^2 M_L \quad \text{AN: } F_{S/T} / F_{L/T} = 175$$

A3: L'influence du soleil semble prépondérante

A4a: évident

A4a: une seule

A4c: Sur une durée décrite d'environ deux jours la lune se trouve sensiblement dans la même configuration et il apparaît plus d'une marée haute.

L'hypothèse précédente est donc à rejeter.

La date (celle de l'équinoxe) et la latitude (pratiquement l'équateur) sont choisies en accord avec le schéma proposé.

B1 (en caractères gras les vecteurs) $\mathbf{F}_{B/M} = -Gm\mathbf{u}/r^2$

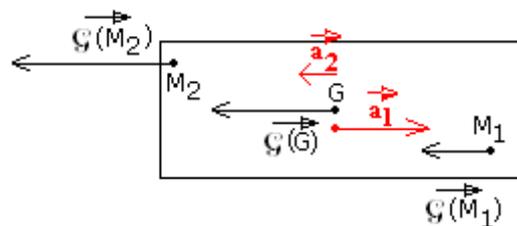
B2 $m\mathbf{a}_G = \mathbf{F}$ en simplifiant par m on voit que l'accélération ne dépend pas de la masse

B3 : Si le mouvement ne dépend pas de la masse, il ne dépend pas en particulier de la masse liquide, tous les éléments terrestre ont alors le même mouvement: il n'y a pas de marées

C1 Avec les notations de B1:

$$m\mathbf{a}_v = -Gm\mathbf{u}/r^2 = m\mathbf{g}(\mathbf{G}) \Rightarrow \mathbf{g}(\mathbf{G}) = -G\mathbf{u}/r^2 \Rightarrow \|\mathbf{g}(\mathbf{G})\| = GM/r^2$$

C2



C3 Les différentes masses mobiles sont animées de mouvements de sens opposés qui les séparent sur les parois opposées de l'habitable

C4a Le champ non uniforme provient de la différence de distance entre les deux bords de la terre et du soleil (ou de la lune), même si le diamètre terrestre semble négligeable par rapport à l'unité astronomique (ou à la distance terre-lune).

C4b ce sont les masses mobiles en particulier les masses des océans.

$$C5 \quad \|\mathbf{g}_L(\mathbf{G})\| = GM_L / d_L^2$$

$$\|\mathbf{g}_L(\mathbf{M}_1)\| = GM_L / (d_L + R)^2$$

$$|\Delta \mathbf{g}_L| = GM_L / d_L^2 - GM_L / (d_L + R)^2 = GM_L (1/d_L^2 - 1/(d_L^2 (1 + R/d_L)^2))$$

$$= GM_L / d_L^2 (1 - 1/(1 + R/d_L)^2)$$

$$= GM_L / d_L^2 (1 - (1 + R/d_L)^{-2})$$

$$\sim GM_L / d_L^2 (1 - (1 - 2R/d_L))$$

$$\sim GM_L / d_L^2 (2R/d_L) \sim 2GM_L R / (d_L^3)$$

$$|\Delta \mathbf{g}_S| \sim 2GM_S R / (d_S^3)$$

$$\text{Comparaison: } |\Delta \mathbf{g}_L| / |\Delta \mathbf{g}_S| = (M_L / M_S) (d_S / d_L)^3$$

$$\text{AN } |\Delta \mathbf{g}_L| / |\Delta \mathbf{g}_S| = 2,23$$

Conclusion: l'influence de la lune est plus grande mais celle du soleil n'en est pas pour autant négligeable. Ce qui explique en particulier l'existence de grandes marées au moment où le soleil et la lune sont en conjonction