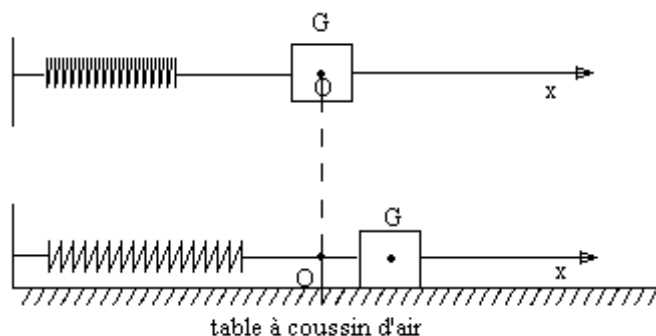


Oscillateur harmonique amorti

Un oscillateur élastique horizontal est constitué d'un mobile auto-porteur de masse $m=0,200\text{kg}$ relié à un ressort de raideur $k= 4,0\text{N.m}^{-1}$ sur une table à coussin d'air horizontale selon le schéma suivant .



Le mouvement du centre d'inertie G du mobile est repéré par son abscisse x comptée positivement vers la droite ; l'origine étant la position de repos O.

- 1-a-Comment pourrait-on étudier le rôle qualitatif de l'existence de forces de frottement à partir de ce montage ?
 - b- Que faut-il penser de ces deux solutions?:
 - b1- Incliner la table à coussin d'air.
 - b2- Ajouter une surcharge variable sur le mobile.
- 2-Décrire un protocole permettant d'obtenir un enregistrement de x en fonction du temps.
- 3-La force de frottement , de valeur f , est opposée au vecteur vitesse et proportionnelle à la valeur de la vitesse, le coefficient de proportionnalité étant λ : $f=\lambda v$ $\lambda=0,20$ (SI)
 - a-Donner dans le système international la dimension de λ .
 - b-Faire l'inventaire des forces appliquées au mobile et montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit : $\ddot{x} + \alpha \dot{x} + \beta x = 0$. Donner l'expression littérale de α et β en fonction de m , λ et k. Faire l'application numérique.
- 4-Résolution de l'équation par la méthode d'Euler.

Sous Excel on construit le tableau suivant dans lequel v et a représentent respectivement la vitesse et l'accélération :

Ligne	A	B	C	D
1	t(s)	x(cm)	v	a
2	0	5	0	
3				
4				

4-1-remplissage de la ligne 2

- a-Quelle formule itérative faut-il utiliser en A3 pour incrémenter le temps t de la valeur 0,01 s ?
- b-L'intervalle de résolution sera choisi égal à 4 pseudo-périodes :quel sera alors le numéro de ligne de la dernière valeur de la colonne A ?
- c-Quelle formule itérative faut-il inscrire en D2 ?Justifier.Que deviendra-t-elle en D3 ?

4-2-Remplissage de la ligne 3

La formule écrite en D3 montre la nécessité de connaître C3 et B3

- a-Quelle approximation réalise-t-on en écrivant en C3 la formule itérative: $C3=C2+D2* 0.01$

b-Justifier qu'en B3 on écrive la formule $B3=B2+C3*0.01$

4-3-On peut donc , à partir des formules des deux lignes précédentes remplir le tableau en entier

Réponses

1-a- on pourrait mettre des ailettes de papier sur les mobiles; il semble plus intéressant de faire varier la tension d'alimentation du moteur de la soufflerie des mobiles auto-porteur.

b1 - Incliner la table à coussin d'air introduit une composante du poids qui est une force toujours dirigée dans le même sens et qui ne peut donc se prévaloir du nom de force de frottement..

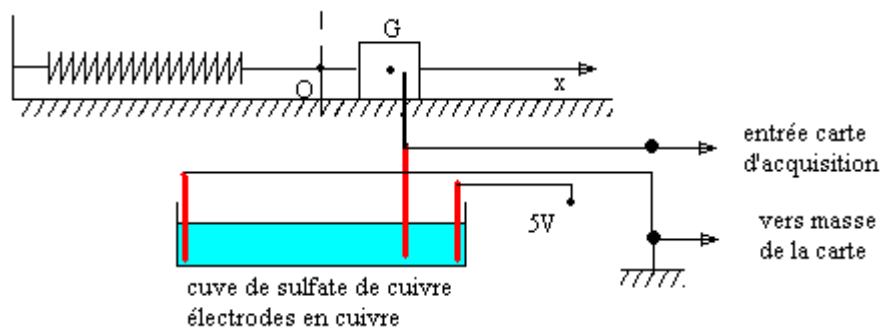
b2- Ajouter une surcharge variable générera certainement un frottement plus grand mais en même temps la masse de l'ensemble aura varié.

2-Le plus simple est encore de disposer le mobile sur une table à digitaliser.

On peut aussi utiliser une capture vidéo et un logiciel de marquage des différentes images.

On peut munir le mobile d'un stylet enregistreur sur tambour (un peu vieillot)

On peut réaliser le montage suivant dans lequel le mobile est solidaire d'une tige plongeant dans une solution de sulfate de cuivre.



3- a- $[\lambda] = [F] / [V] = [M][L][T]^{-2} / [L][T]^{-1}$

$$[\lambda] = [M][T]^{-1} \text{ kg.s}^{-1}$$

b-Son poids et la réaction du sol normale et opposée, la force de rappel du ressort $F = -kx$ et la force de frottement $f = -\lambda v$

$\Sigma F = ma_G$, deuxième loi de Newton et projection sur Ox...

$$F + f = ma_G$$

$$-kx - \lambda \dot{x} = m \ddot{x} \quad \text{soit} \quad \ddot{x} + \lambda/m \dot{x} + (k/m)x = 0$$

$$\alpha = \lambda/m = 1,0 \text{ s}^{-1} \quad \beta = k/m = 20 \text{ s}^{-2}$$

4-1-remplissage de la ligne 2

a-formule itérative: " = A2 +0.01 "

$$b- T_0 \approx 2\pi\sqrt{m/k} \approx 1,4 \text{ s}$$

4 pseudo-périodes $\approx 5s$; le numéro de la dernière ligne sera donc 500.

c-formule itérative inscrite en D2: " = - α C2 - β B2 " d'après l'équation différentielle ?

en D3 : " = - α C3 - β B3 "

4-2-Remplissage de la ligne 3

La formule écrite en D3 montre la nécessité de connaître C3 et B3

a-Quelle approximation réalise-t-on en écrivant en C3 la formule itérative: $C3=C2+D2* 0.01$

On estime que pendant ce court intervalle de temps l'accélération n'a pas changé et reste égale à celle inscrite dans la cellule D2 ; ainsi $a = \Delta v/\Delta t$ devient $\Delta v=a\Delta t$ ou encore $V_F - V_i = a\Delta t$ soit $C3=C2+D2* 0.01$

b- idem question précédente : $v=\Delta x/\Delta t$ devient $\Delta x=a\Delta t$ ou encore $x_F - x_i = a\Delta t$ soit

$$B3=B2+C3*0.01$$

4-3-On peut donc , à partir des formules des deux lignes précédentes remplir le tableau en entier
Voir l'illustration dans le fichier ressortamorti.xls