« Qui veut voyager loin ménage sa monture »

Tout le monde pratique ou a pratiqué le vélo.
C'est une activité « écolo » à tout point de vue.
Mais cette activité a un prix : c'est sur le relief que les itinéraires sont les plus agréables ; à chaque virage le décor change ; on progresse lentement en prenant donc tout son temps pour admirer le paysage ; mais faute d'un minimum de technique l'effort à entreprendre occulte bien trop souvent le plaisir et l'on se surprend à compter les poteaux sur le bord de la route.
L'exercice qui suit montrera comment ménager sa monture.
Il ne s'adresse pas au cycliste confirmé, voire professionnel pour qui un témoin de fréquence cardiaque « suffit » et qui de plus ne rechigne pas à l'effort sur une pente qui dépasse les 10%.
Il s'adresse plutôt au cyclotouriste débutant qui croit que l'on gravit un col avec le simple élan de la pente précédente, au cyclotouriste qui pense maintenir sa vitesse de plat sur le premier raidillon de 1% et qui finira par changer de « bécane ».

A-Déplacement idéalisé à puissance constante

Un cycliste se déplace à la vitesse constante V_0 =30 km/h sur une route horizontale, en développant une puissance constante P=100W.Les forces de frottement de roulement ne travaillent pas .On notera Fm et Ro la force motrice et la résistance de l'air.
Il aborde alors une pente de valeur p sur laquelle il projette de maintenir sa puissance motrice.

1- Faire l'inventaire des forces appliquées au système cycliste-vélo sur la pente.On négligera ici la résistance de l'air pour des raisons de simplification de calcul.
2- En déduire l'expression littérale de sa nouvelle vitesse, V, en fonction de p, de la masse totale du système, m ,de l'accélération de pesanteur, g , et de P.
3- Faire l'application numérique ,successivement ,et dans l'ordre , pour p=10% et p=1% :quelle remarque peut-on faire ?Exprimer ces vitesses en km/h et conclure. Données : m=70 kg g=10 $m.s^{-2}$

B-Déplacement réel à puissance constante

Dans cette seconde partie on tient compte de la résistance de l'air qui est proportionnelle au carré de la vitesse dans le domaine qui nous intéresse ;on écrira donc : $R_0=kV_0^2$ ou $R=kV^2$ selon les secteurs envisagés. Le facteur k dépend de la position du cycliste sur son vélo et l'on supposera ,d'une manière légitime qu'elle ne change pas.

1- Justifier le terme « légitime »
2- On se propose de déterminer la valeur de k ;à cette fin ,faute de disposer d'une soufflerie, le cycliste se laisse descendre sur une pente constante de valeur p_{ex} = 5% par exemple dans la position qu'il adopte sur le plat. Il note alors sa vitesse limite V_{lim} à l'aide d'un compteur de vitesse à quatre sous .
   a- Pourquoi atteint-t-il une vitesse limite ?
   b- Comment a-t-il pu déterminer la valeur de la pente ?
   c- Exprimer littéralement k en fonction de p_{ex} , m , V_{lim} et g. Faire l'application numérique que avec V_{lim}= 51km/h.

3-Reconsidérons la question A du problème en tenant compte, cette fois ,de la résistance de l'air.
Exprimer alors, littéralement , la puissance P de la force motrice du cycliste dans la côte de pente p en fonction de m , k , g et V.
Résoudre graphiquement l'équation avec les valeurs numériques obtenues et celles de l'énoncé pour p= 10% et p= 1% . Exprimer les vitesses en km/h et conclure.

C-Déplacement réel à puissance et force constantes

Non content de se déplacer en côte avec la même puissance(débit d'énergie préservant les réserves énergétiques biologiques),notre cycliste désire aussi préserver sa douleur musculaire. Il semble évident que pour une vitesse différente de déplacement il doive « mouliner » différemment.
La puissance est transmise au pédalier sous forme d'un couple de forces noté M.Elle s'exprime sous la forme ,P=Mω ,dans laquelle ω représente la vitesse de rotation du pédalier en rd/s.

M (voir correction) étant égal au produit de la force exercée sur les pédales par le bras de levier (le cycliste tire et pousse sur ses pédales) ,il est aisé de calculer la vitesse de rotation du pédalier ω_0 sur le plat lorsque sa vitesse est V_0 .

1- Le rapport de transformation de l'ensemble dérailleur-plateau est égal à T ;il signifie que pour un tour de pédalier la roue arrière effectue T tours (T est généralement supérieur à 1) Si la vitesse est V_o celle d'un point de la roue en contact avec le sol a la même valeur (roulement sans glissement) et est donnée par $V_o = R\Omega_o$ où R est le rayon de la roue arrière et Ω_o sa vitesse de rotation en rad/s.
 Sachant que $\Omega_o = T\omega_o$,en déduire l'expression de ω_o en fonction de V_o ,T et R.Faire l'application numérique si R=350 mm et T=48/13 rapport des nombres de dents du plateau et du pignon arrière. (V_o = 30 km/h)Exprimer ω_o en tours/s
2- Si en côte le cycliste veut exercer sur le pédalier le même couple de forces, la puissance restant la même, la vitesse de rotation du pédalier doit rester la même ;comme la vitesse de déplacement a changé, la vitesse de rotation de la roue arrière est différente et cela n'est possible qu'en changeant la valeur de T. Calculer la nouvelle valeur T' pour une côte de pente p et faire l'application numérique pour p=5%.

D-Conclusion

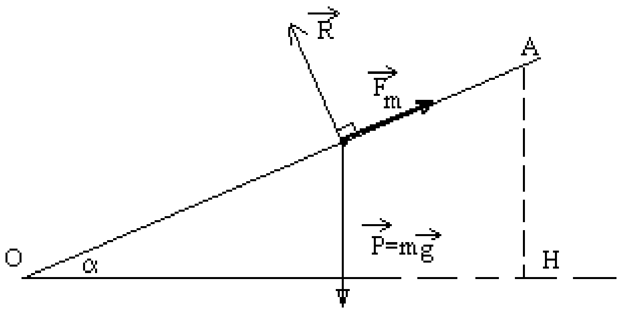
Comment le cycliste , les yeux fermés (un bref instant), peut-il se rendre compte qu'il gravit une côte ?

E- Application pratique

Correction

(La puissance est notée Pu) (les vecteurs sont notés en caractères gras)

A-1 Seules forces appliquées au cycliste : son poids,la réaction du sol normale au déplacement et la force motrice $\mathbf{F_m}$



A 2 : p=sinα=10% ou 1% P=constante=F_mv ; P reste constante mais v diminue donc F_m doit croitre

$\mathbf{R} + \mathbf{F_m} + \mathbf{P} = \mathbf{0}$ d'après le principe de l'inertie car la vitesse est constante

Par projection sur OA $F_m - mg\sin\alpha = 0$ ou encore :F_m=mgp soit :v=Pu/F_m et v=Pu / mgp

AN- p=10% v=1,43 m/s ou encore 5,14 km/h

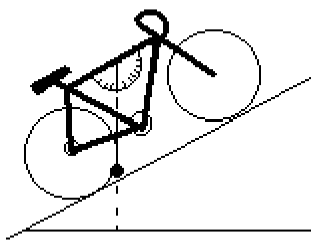
p=1% v=14,3 m/s 51,4km/h cette dernière valeur est aberrante car supérieure à la vitesse sur le plat.

Nos hypothèses de départ étaient donc fausses :il faut tenir compte de la résistance de l'air.

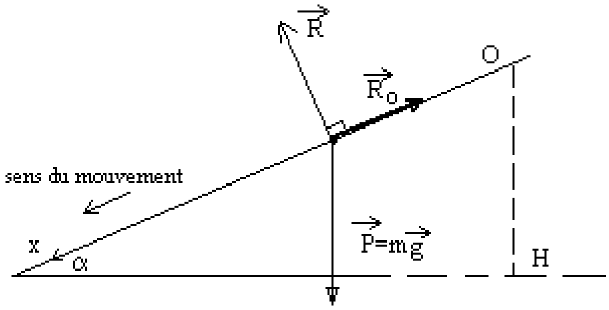
B-1 :il s'agit d'un cyclotouriste qui ne pratiquera pas la position « danseuse »

B-2-a :Car R croit avec la vitesse jusqu'à ce que la somme des forces appliquées soit nulle et par suite, d'après le principe de l'inertie, la vitesse est constante

B-2-b :Avec un rapporteur maintenu sur le cadre et un fil à plomb par exemple selon le schéma suivant.



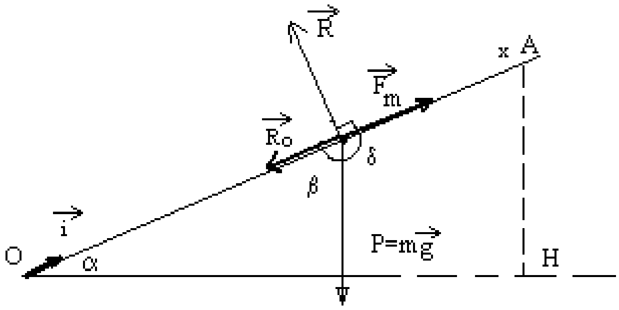
B- c :**R** est la réaction du sol



P + **R** +**R$_o$** = **0** pour la vitesse limite ;par projection sur Ox : mgsinα -R_0 = 0 ou mgsinα -kv_{lim}^2 = 0

k=mgp/ v_{lim}^2 AN :k=0,174 SI

B-3:



R$_0$ +**R** + **F$_m$** + **P** =**0** Par projection sur Ox : -R_o +F_m -mgp = 0

Pu=**F$_m$v** = (-**P** – **R** – **R$_o$**)**v** = -**Pv** - **R$_o$v** =-m**gv** -(-k**v**^{2}**i**)**v** = mgP +kv^3

remarque :**gv**=gvcosδ = -gvcosβ =-gvsinα=-gvp Pu=100W

Représentation graphique nécessaire pour résoudre l'équation du troisième degré

Pu= 70v +0,174v^3 pour 10% soit y= 70v +0,174v^3 -Pu soit enfin y= 70x +0,174x^3 -100

Xmin=0 Xmax=5 Ymin= -50 Ymax= 50 pour commencer (la suite au zoom)

On obtient le tableau suivant

p	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
v(m/s)	6,72	5,30	4,16	3,37	2,74	2,34	2,02	1,77	1,58	1,42

remarque :on retrouve les résultats précédents si la pente est forte car alors la résistance de l'air peut être pratiquement négligée.

C-1 : $v_o = R\Omega_o$ et v_o= RTω_0 $\omega_o = v_o$ / RT AN : ω_o = 1,03 tour/s

C-2 : La vitesse de rotation restant la même $\omega=\omega_o$ =v_o/RT =v/RT' T'=v/Rω_o on obtient le tableau suivant complété d'un choix de rapports

P	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
v	6.72	5.30	4.16	3.37	2.74	2.34	2.02	1.77	1.58	1.42
T'	2.98	2.35	1.84	1.49	1.21	1.04	0.895	0.784	0.700	0.629
exemple	48x16	48x20	48x26	48x32	32x26	32x30	28x32	28x36	??!!!!	!!!!??

Exemple pour trois plateaux de 48, 32 et 28 dents et des pignons arrière de 36, 32, 30, 28, 26 etc

48/16= 3 peu différent de 2,98

Dans ce cas particulier les cases vides correspondent à des développements guère usuels sur un vélo

D- La puissance, la vitesse de rotation du pédalier et la force musculaire restent identiques sur le plat et en côte.Seule la vitesse de déplacement varie et donc le vent apparent.

E-En pratique il faut tout d'abord déterminer son facteur k comme indiqué dans la question B2

Ce qui ne présente pas de difficulté si l'on dispose d'un compteur de vitesse .

La valeur de la pente constante sur laquelle est effectué l'expérience peut être établie avec un simple rapporteur muni d'un fil à plomb.

Pour déterminer la puissance de confort sur le plat on considère d'après le principe de l'inertie que la force motrice a même valeur que la résistance de l'air: $F_m = kv^2$, avec un peu d'entrainement v peut prendre une valeur bien supérieure à 30km/h . La puissance de confort est ainsi donnée par $Pu=F_m v$.

Il est dès lors aisé de remplir le tableau de la question C2 variable selon les caractéristiques du train de roulement.

Une fois ces données acquises comment aborder une côte?

Il est nécessaire d'en connaître très rapidement la pente.

Il suffit alors de progresser avec la vitesse calculée en B3 (vitesse que l'on peut avoir sous les yeux sur le guidon) et de maintenir la vitesse de rotation constante , soit avec un tableau sur le guidon , soit en changeant de développement jusqu'à retrouver le même rythme de rotation de pédales. Il n'est pas nécessaire d'avoir un compteur de rotaion de pédalier – les jambes ont de la mémoire!

La seule difficulté réside dans la mesure de la pente.

Le système rapporteur est trop instable en dehors d'une mesure statique.

Les témoins de pente pour véhicule tout terrain sont bien trop imprécis dans le cas du vélo.

De même que les gyroscope de modèle réduit.

Il existe bien des calculateurs associés à un altimêtre qui déterminent la pente.

Ils divisent la différence d'altitude par la distance parcourue (vt).

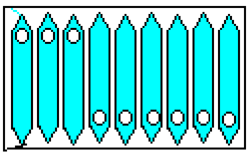
Leur prix reste élevé et de plus malgré la précision de l'ordre du mêtre de la fonction altimétrique basée sur les différences de pression atmosphérique il faut attendre 100m de pédalage pour un renseignement exploitable.

L'auteur utilise une système suffisamment performant (sensibilité 1%) d'un prix négligeable et d'un encombrement relativement réduit (environ $7x7x2{,}5cm^3$)

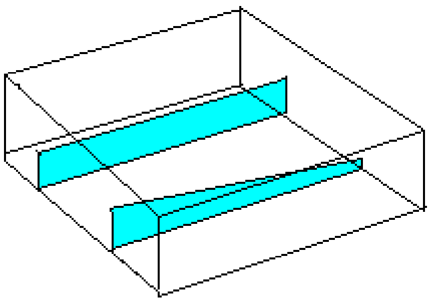
Il s'agit d'un ensemble d'ampoules de 2 mL de liquide de lave glace pour éviter le gel et pour une certaine inertie.Les ampoules proviennent de solutions de NaCl en vente en pharmacie à défaut d'être du matériel de récupération.

Ces ampoules sont inclinées différemment de sorte que lorsque la pente est par exemple de 4% la dernière bulle d'air qui apparaît est la quatrième.

(Un niveau à bulle est bien trop capricieux)



vue de dessus



détail des supports d'ampoule dans le boîtier

Sens de M dans l'expression P=Mω

Considérons une force F de valeur constante dont le point d'application se déplace sur un cercle de rayon R et qui reste tangente à cette trajectoire circulaire

Le travail de cette force pour un déplacement angulaire α(rad) est donc $W= F*R\alpha$ et si ce travail est effectué en une durée Δt alors la puissance de cette force est $P= FR\alpha/\Delta t$ soit $FR\omega$ en appelant ω la vitesse angulaire de rotation en rad/s; par définition le terme FR , noté M est le moment de cette force par rapport à l'axe de rotation , R représentant le bras de levier.
On écrit ainsi: $P=M\omega$