EX 6 Etudier si les applications suivantes sont surjectives, injectives, bijectives.
Lorsqu'elles sont bijectives, expliciter leur bijection réciproque.
Dans tous les cas, décrire le plus précisément possible l'image de leur ensemble de départ.

1) $f: \begin{array}{ccc} \mathbb{C} & \to & \mathbb{C} \\ z & \mapsto & f(z) = \bar{z} \end{array}$ 2) $h: \begin{array}{ccc} \mathbb{C} & \to & \mathbb{R} \\ z & \mapsto & h(z) = |z| \end{array}$

3) $g_1: \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ p & \mapsto & g_1(p) = p^2 \end{array}$ et $g_2: \begin{array}{ccc} \mathbb{Z} & \to & \mathbb{N} \\ p & \mapsto & g_2(p) = p^2 \end{array}$

4) $s: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R} \\ (x,y) & \mapsto & s((x,y)) = x+y \end{array}$ 5) $\varphi: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \mapsto & \varphi((x,y)) = (x+y, x-y) \end{array}$

EX 7 Soient $I =]1,+\infty[$ et $f: \begin{array}{ccc} I & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) = \dfrac{x}{1-x} \end{array}$

1) Dresser le tableau de variations de f sur $I =]1,+\infty[$ et prouver que f réalise une bijection de I sur un certain intervalle J à préciser. On note $\tilde{f}$ cette bijection.

2) Retrouver le fait que $\tilde{f}$ est bijective à l'aide de la définition d'une bijection de I sur J et déterminer la bijection réciproque de $\tilde{f}$ (c'est-à-dire donner l'expression de $\tilde{f}^{-1}(y)$ pour tout élément y de J)

un **EX 8** Même exercice que le précédent avec $I =]0, +\infty[$ et $f: \begin{array}{ccc} I & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) = \ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) \end{array}$

EX 9 Soient E, F, G trois ensembles, f une application de E dans F, et g une application de F dans G.