

EXERCICE n° 3

(Dans tout cet exercice, les résultats concernant la population seront arrondis au million).

Le tableau suivant donne l'évolution de la population de l'Inde de 1951 à 1991.

année	1951	1961	1971	1981	1991
Rang x_i	1	2	3	4	5
Population y_i (en millions)	361	439	548	683	846
z_i					

On cherche à étudier l'évolution de la population y en fonction du rang x de l'année.

- Représenter graphiquement le nuage de points $(x_i ; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unités graphiques 2 sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 millions sur l'axe des ordonnées.
- Le modèle étudié dans cette question sera appelée « droite de Mayer ».
 - G_1 désigne le point moyen des trois premiers points du nuage et G_2 celui des deux derniers points. Déterminer les coordonnées de G_1 et de G_2 .
 - Déterminer l'équation réduite de (G_1G_2) sous la forme $y = ax + b$.
 - Tracer la droite (G_1G_2) sur le graphique précédent.
 - En utilisant cet ajustement, calculer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001.
- À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire.
 - Tracer cette droite \mathcal{D} sur le graphique précédent.
 - En utilisant cet ajustement, calculer la population de l'Inde que l'on pouvait prévoir pour 2001.
- On cherche un autre ajustement et on se propose d'utiliser le changement de variable suivant : $z = \ln y$.
 - Recopier le tableau ci-dessus et compléter la dernière ligne.
 - À l'aide de la calculatrice, déterminer un ajustement affine de z en fonction de x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis au millième).
 - Déterminer le coefficient de corrélation linéaire, comparer avec celui trouvé dans la question 3. et conclure.
 - En déduire qu'une approximation de la population y , exprimée en millions d'habitants, en fonction du rang x de l'année est donnée par : $y \approx 289 e^{0,215x}$.
 - Représenter graphiquement cette fonction \mathcal{C} sur le graphique précédent.
 - En utilisant cet ajustement, calculer la population que l'on pouvait prévoir pour 2001.
- Les résultats obtenus en 2001 ont révélé que la population comptait 1027 millions d'habitants. Déterminer une estimation de la population en 2011 en choisissant le modèle qui semble le plus approprié. Justifier ce choix.