

EPREUVE A DU DEUXIEME GROUPE

Traitement de données

(Coefficient : 3 - Durée : 3 heures)

(Option IAA : Coefficient : 2 - Durée : 3 heures)

Matériel autorisé : **Calculatrice**

Rappel : Au cours de l'épreuve, la calculatrice est autorisée pour réaliser des opérations de calculs, ou bien élaborer une programmation, à partir des données fournies par le sujet. Tout autre usage est interdit.

Il sera tenu le plus grand compte lors de la correction, du soin apporté à la justification des raisonnements et des calculs effectués, à la rédaction et à la présentation de la copie.

Exercice 1 (8 points)

Dans le cadre de la fabrication de soja génétiquement modifié, le laboratoire d'une firme agronomique tente chaque jour l'implantation d'un gène étranger dans des cellules de soja afin de le rendre résistant à certains insectes.

Le taux de réussite d'une implantation est égal à 0,2.

Les cellules utilisées sont toutes issues de souches différentes. On considèrera donc que les essais sont indépendants.

Partie A

Initialement, le laboratoire a prévu, pour des raisons de coût, de répéter cette opération 20 fois par jour. On note X la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'implantations réussies lors de ces 20 essais.

- Déterminer la loi de X (justifier la réponse).
- Quelle est la probabilité que pendant une journée donnée le laboratoire :
 - ne réussisse aucune implantation ?
 - réussisse au moins deux implantations ?

Partie B

Afin d'affiner ses recherches, le laboratoire décide maintenant de faire 100 implantations par jour.

On note Y la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre d'implantations réussies lors de 100 essais.

- Par quelle loi continue peut-on approcher la loi de Y (justifier la réponse) ?
- Calculer, en utilisant cette approximation, la probabilité $P(19 \leq Y \leq 31)$.

SESSION 2005

France métropolitaine

BTSA options :-Technologies végétales
-Industries Agroalimentaires
-Gestion forestière

-Productions horticoles
-Productions animales
-Viticulture œnologie
-Productions aquacoles

Exercice 2 (6 points)

Une entreprise agro-alimentaire produit des yaourts allégés dont la valeur énergétique étiquetée est de 60 Kilocalories.

La répression des fraudes souhaite vérifier la validité de ce chiffre.

Elle prélève un échantillon aléatoire simple de 13 yaourts dans la fabrication.

On obtient les résultats suivants :

60,4 62,2 61,1 59,6 62 60,1 61,2 59,4 60,4 58,9 59,1 61,3 61,1

On suppose que la variable aléatoire X , valeur énergétique exprimée en Kcalories d'un yaourt prélevé au hasard dans cette fabrication est distribuée selon la loi normale de moyenne μ et d'écart-type connu σ égal à 1.

Au vu de ces résultats, doit-on considérer que la valeur énergétique moyenne des yaourts de cette fabrication est supérieure à 60 Kilocalories ?

On construira un test statistique unilatéral en précisant les différentes étapes au seuil de risque de 0,05.

Exercice 3 (6 points)

Le ministère de l'agriculture souhaite réaliser un document permettant de récapituler la production de poulets de chair dans l'union européenne. Les résultats du tableau suivant sont donnés en milliers de tonnes.

En précisant le tableur utilisé, vous concevrez les formules permettant de déterminer :

- La différence entre la production de 2003 et la production de 2002.
- Le pourcentage d'évolution de 2003 par rapport à 2002.
- La moyenne des deux années pour chaque pays.
- Le total et la moyenne par année.
- Dans la colonne « commentaire », il doit s'inscrire :
 - * « forte diminution » si la baisse entre 2002 et 2003 est de plus de 5%.
 - * « diminution » si la baisse entre 2002 et 2003 est entre 0 et 5%.
 - * « augmentation » si la hausse entre 2002 et 2003 est entre 0 et 5%.
 - * « forte augmentation » si la hausse entre 2002 et 2003 est de plus de 5%.

SESSION 2005

France métropolitaine

BTSA options :-Technologies végétales
-Industries Agroalimentaires
-Gestion forestière
-Productions horticoles
-Productions animales
-Viticulture œnologie
-Productions aquacoles

Dès que le nom d'un pays sera saisi manuellement dans la cellule C19, le pourcentage d'évolution de 2003 par rapport à 2002 devra s'afficher automatiquement dans la cellule C20.

Pour chaque formule, vous indiquerez l'adresse de son emplacement dans le tableau et la zone de « copie ».

	A	B	C	D	E	F	G
1	Pays	2002	2003	Différence entre 2003 et 2002	% d'évolution entre 2003 et 2002	moyenne	Commentaire
2	Allemagne	613,5	616,4				
3	Autriche	67,8	73,1				
4	Belgique	262,7	242,5				
5	Danemark	160,6	155,2				
6	Espagne	920,2	924,2				
7	Finlande	67,8	66,2				
8	France	977,4	924,2				
9	Grèce	133,2	139,3				
10	Irlande	85,6	89,1				
11	Italie	559,7	539,1				
12	Pays-Bas	606,9	421,8				
13	Portugal	212	189,3				
14	Royaume uni	1276,2	1322,4				
15							
16	<i>Total :</i>						
17	Moyenne :						
18							
19	Pays :						
20	% d'évolution entre 2003 et 2002 :						

Données du tableau extraites du site Internet de l'OFIVAL.

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR AGRICOLE

Formulaire de mathématiques

1. Relations fonctionnelles :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \quad \text{où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

2. Dérivées des fonctions usuelles :

$f(x)$	$f'(x)$	<i>Intervalle de validité</i>
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	\mathbb{R}
$x^\alpha, (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	\mathbb{R}
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbb{R}

3. Primitives des fonctions usuelles :

$f(x)$	$F(x)$	<i>Intervalle de validité</i>
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$	$]0, +\infty[$
e^x	$e^x + k$	\mathbb{R}
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + k$	$]0, +\infty[$
$\cos x$	$\sin x + k$	\mathbb{R}
$\sin x$	$-\cos x + k$	\mathbb{R}

k désigne une constante réelle.

4. Développements limités à l'ordre 1 :

$$e^x = 1 + x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\ln(1+x) = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\sin x = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\cos x = 1 + \varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

5. Statistique descriptive :**a) Moyenne arithmétique :**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

b) Variance et écart-type :

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - (\bar{x})^2 \quad ; \quad \sigma_x = \sqrt{V}$$

c) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés :

$$\text{Covariance : } \sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

$$y = ax + b \quad ; \quad a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$$

d) Corrélation linéaire : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ **6. Probabilités :****a) Loi binomiale :**

$$\text{Prob}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$E(X) = np \quad ; \quad V(X) = np(1-p)$$

b) Loi de Poisson :

$$\text{Prob}(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!} \quad ; \quad E(X) = \lambda \quad ; \quad V(X) = \lambda$$

SESSION 2005

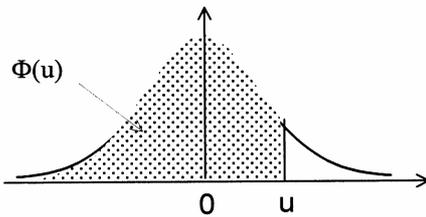
France métropolitaine

BTSA options :-Technologies végétales
-Industries Agroalimentaires
-Gestion forestière

-Productions horticoles
-Productions animales
-Viticulture œnologie
-Productions aquacoles

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

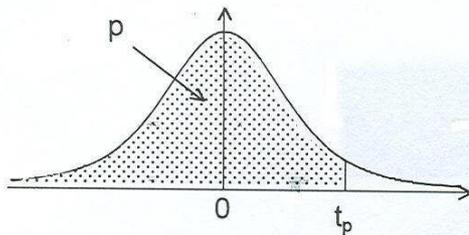
SESSION 2005

France métropolitaine

BTSA options :-Technologies végétales
-Industries Agroalimentaires
-Gestion forestière

-Productions horticoles
-Productions animales
-Viticulture œnologie
-Productions aquacoles

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.
 Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29