

EPREUVE A DU DEUXIEME GROUPE

TRAITEMENT DE DONNEES

(Coefficient :.3..... - Durée :....3. heures)

(Option IAA Coefficient 2 - Durée : 3. heures)

Matériel autorisé : calculatrice

Il sera tenu le plus grand compte lors de la correction, du soin apporté à la justification des raisonnements et des calculs effectués, à la rédaction et à la présentation de la copie.

Exercice 1 (7 points)

Afin de déterminer la dose anti-parasitaire à injecter à un animal, il convient de déterminer sa masse. La réalisation de la pesée n'étant pas toujours aisée, une estimation indirecte à partir du périmètre de la cage thoracique a été proposée par Wariss et Edwards en 1995.

Leur étude a porté sur 66 moutons dont le périmètre de la cage thoracique était compris entre 60 et 90 cm.

Pour faciliter les calculs, nous nous intéresserons à 12 animaux dont le périmètre, exprimé en cm, et la masse, exprimée en kg, sont répertoriés dans le tableau suivant :

Périmètre x_i	65	67	69	70	72	76	77	80	81	81	86	89
Poids y_i	22	19	22	28	27	30	35	33	39	43	45	48

La variable X désigne le périmètre et la variable Y désigne la masse.

1. Construire le nuage de points de la série (x_i, y_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.
2. Donner une équation de la droite d'ajustement de Y en X obtenue par la méthode des moindres carrés. Les coefficients seront arrondis à 10^{-3} près.
3.
 - a. Calculer les résidus e_i de la régression définis par $e_i = y_i - \hat{y}_i$ où \hat{y}_i est une estimation de y_i obtenue à l'aide de l'équation de la droite de régression.
Les résultats seront arrondis à 10^{-1} près.
 - b. Sur un deuxième graphique, représenter la série (x_i, e_i) dans le plan muni d'un repère orthogonal.

4.

- a. Déterminer la variance des résidus, notée V_{res} .
- b. Déterminer la variance de Y , notée V_Y .
- c. Compte tenu de la taille de cet échantillon, on considère que l'ajustement est pertinent si le rapport $\frac{V_{res}}{V_Y}$ est inférieur à 0,3 (la variance résiduelle étant alors considérée négligeable par rapport à la variance totale). Vérifier que cette condition est réalisée dans le cas présent.

5. Déterminer une estimation de la masse d'un mouton dont le périmètre de la cage thoracique est égal à 93 cm.

Exercice 2 (8 points)

Une usine d'agroalimentaire conditionne de la pâte à tartiner en pots dont la masse nominale (masse du contenu) est égale à 250 grammes.

Afin d'effectuer des contrôles sur la masse effective des pots d'une fabrication, l'entreprise décide de procéder à un contrôle statistique. On extrait un échantillon aléatoire simple de taille 30.

Les résultats obtenus sont les suivants :

247,8	249,4	242,2	254,9	239,9	251,6	245,9	249,9	246,9	248
254	248,7	247,1	249,1	254,7	254,5	246,7	246,5	246,5	256,8
250,2	257,5	249,2	248,4	247,9	242,6	247,7	254,7	250,7	249,9

Partie A

Dans un premier temps, on souhaite effectuer un contrôle sur la masse moyenne des contenus effectifs. On suppose que la variable aléatoire X prenant pour valeur la masse nette, exprimée en grammes, d'un pot prélevé au hasard dans cette fabrication est distribuée selon une loi normale de moyenne μ .

Déterminer la moyenne et l'écart-type des masses de cet échantillon.

Au vu des résultats ci-dessus, peut-on considérer, au seuil de risque 0,05, que la masse moyenne nette μ des pots de cette fabrication est inférieure à 250 grammes ?

Partie B

On convient qu'un pot présente un défaut de masse si sa masse nominale est inférieure à 245,5 g. Selon le cahier des charges fixé par l'entreprise, le pourcentage de pots de la production présentant un défaut de masse ne doit pas être supérieur à 2,5%. Pour cette question, on suppose que le pourcentage p de pots de la production présentant un défaut de masse est égal à 2,5%.

1. On note Y la variable aléatoire prenant pour valeur, sur un échantillon aléatoire simple de taille 30, le nombre de pots présentant un défaut de masse.

- a. Justifier que Y est distribuée selon la loi binomiale $B(30;0,025)$.
- b. Calculer $P(Y \geq 3)$.

2. Déterminer, à l'aide des résultats présentés précédemment dans le tableau, le nombre de pots de l'échantillon présentant un défaut de masse.

Compte tenu des résultats obtenus à la question 1., l'entreprise a établi la règle de décision suivante : si le nombre de pots de l'échantillon présentant un défaut de masse est supérieur ou égal à 3 alors on considère que la production n'est pas conforme au cahier des charges.

Peut-on considérer la production conforme au cahier des charges ?

Exercice 3 (5 points)

La fromagerie de Fontenille souhaite réaliser des tableaux de suivi de ses ventes de tomes pur chèvre. A l'aide d'un tableur, elle veut pouvoir calculer le prix HT, la remise attribuée et le prix TTC pour chaque commande, ainsi que le nombre de commandes ayant obtenu une remise.

- Une remise de 5% est attribuée pour les commandes ayant un montant HT strictement compris entre 500 € et 1000 € et une remise de 10% pour les commandes dont le montant HT est supérieur ou égal à 1000 €.
- Le taux de TVA est de 19,6%.

Dans un deuxième temps, elle souhaite relancer les ventes en menant une action publicitaire. Pour les fromages dont le prix unitaire TTC est au moins égal à 80 €, lorsque la quantité vendue est inférieure ou égale à 15 on relance la vente par une action publicitaire.

- On doit pouvoir faire varier le prix des fromages sans modifier les formules des tableaux récapitulatifs.

Vous concevrez les formules de calcul permettant de remplir automatiquement le tableau. Les cases grisées représentent les cellules contenant les formules à déterminer.

Pour chaque formule, vous indiquerez l'adresse de son emplacement dans le tableau et la zone de recopie éventuelle.

Session 2006

France métropolitaine

BTSA options :-Technologies végétales
-Industries Agroalimentaires
-Gestion forestière

-Productions horticoles -Productions aquacoles
-Productions animales
-Viticulture œnologie

	A	B	C	D	E	F	G
1		Quantité					
2	N° commande	Tome nature	Tome au muscadet	Tome fumée	montant HT en €	Remise en €	Montant TTC en €
3	001	4	2	3			
4	002	7	1	0			
5	003	10	8	5			
6	004	3	2	8			
7		Nombre de commandes avec remises					
8							
9		Nbre de fromages	Action publicitaire			Prix unitaire HT en €	
10	Tome nature				Tome nature	50	
11	Tome au muscadet				Tome muscadet	70	
12	Tome fumée				Tome fumée	90	

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR AGRICOLE

Formulaire de mathématiques

1. Relations fonctionnelles :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

2. Dérivées des fonctions usuelles :

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	\mathbb{R}
$x^\alpha, (\alpha \in \mathbb{R}^*)$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	\mathbb{R}
$\cos x$	$-\sin x$	\mathbb{R}

3. Primitives des fonctions usuelles :

$f(x)$	$F(x)$	Intervalle de validité
$\frac{1}{x}$	$\ln x + k$	$]0, +\infty[$
e^x	$e^x + k$	\mathbb{R}
$x^\alpha, \alpha \neq -1$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + k$	$]0, +\infty[$
$\cos x$	$\sin x + k$	\mathbb{R}
$\sin x$	$-\cos x + k$	\mathbb{R}

k désigne une constante réelle.

4. Développements limités à l'ordre 1 :

$$e^x = 1 + x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\ln(1+x) = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\sin x = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\cos x = 1 + \varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

5. Statistique descriptive :**a) Moyenne arithmétique :**

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

b) Variance et écart-type :

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - (\bar{x})^2 \quad ; \quad \sigma_x = \sqrt{V}$$

c) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés :

$$\text{Covariance : } \sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

$$y = ax + b \quad ; \quad a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$$

d) Corrélation linéaire : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$ **6. Probabilités :****a) Loi binomiale :**

$$\text{Prob}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

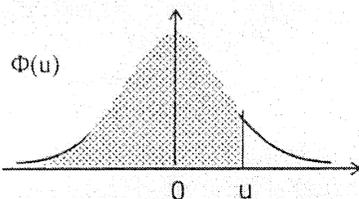
$$E(X) = np \quad ; \quad V(X) = np(1-p)$$

b) Loi de Poisson :

$$\text{Prob}(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!} \quad ; \quad E(X) = \lambda \quad ; \quad V(X) = \lambda$$

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

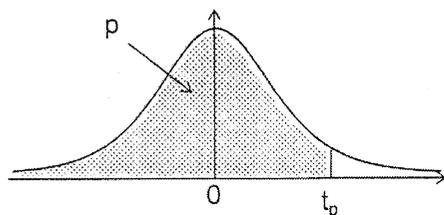
$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

Fonction de répartition d'une variable de Student à k degrés de liberté.

Valeurs t_p telles que $\text{Prob}(T \leq t_p) = p$



k \ p	0,90	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999	0,9995
1	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	318,29	636,58
2	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	22,33	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	10,21	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	5,89	6,87
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,50	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,73
26	1,31	1,71	2,06	2,48	2,78	3,43	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
35	1,31	1,69	2,03	2,44	2,72	3,34	3,59
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
45	1,30	1,68	2,01	2,41	2,69	3,28	3,52
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,26	3,50
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
80	1,29	1,66	1,99	2,37	2,64	3,20	3,42
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	3,17	3,39
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	3,13	3,34
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	3,11	3,31
1000	1,28	1,65	1,96	2,33	2,58	3,10	3,30
10000	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29