

BREVET DE TECHNICIEN SUPERIEUR AGRICOLE

Formulaire de mathématiques

1. Relations fonctionnelles :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp(a) \times \exp(b)$$

2. Dérivées des fonctions usuelles :

| $f(x)$ | $f'(x)$ | <i>Intervalle de validité</i> |
|---------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|
| $\ln x$ | $\frac{1}{x}$ | $]0, +\infty[$ |
| e^x | e^x | IR |
| $x^\alpha, (\alpha \in \mathbb{R}^*)$ | $\alpha x^{\alpha-1}$ | $]0, +\infty[$ |
| $\sin x$ | $\cos x$ | IR |
| $\cos x$ | $-\sin x$ | IR |

3. Primitives des fonctions usuelles :

| $f(x)$ | $F(x)$ | <i>Intervalle de validité</i> |
|----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|
| $\frac{1}{x}$ | $\ln x + k$ | $]0, +\infty[$ |
| e^x | $e^x + k$ | IR |
| $x^\alpha, \alpha \neq -1$ | $\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1} + k$ | $]0, +\infty[$ |
| $\cos x$ | $\sin x + k$ | IR |
| $\sin x$ | $-\cos x + k$ | IR |

k désigne une constante réelle.

4. Développements limités à l'ordre 1 :

$$e^x = 1 + x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\ln(1+x) = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\sin x = x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$\cos x = 1 + \varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + x\varepsilon(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

5. Statistique descriptive :

a) Moyenne arithmétique :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad ; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i$$

b) Variance et écart-type :

$$V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) - (\bar{x})^2 \quad ; \quad \sigma_x = \sqrt{V}$$

c) Ajustement affine par la méthode des moindres carrés :

$$\text{Covariance : } \sigma_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right) - \bar{x} \bar{y}$$

$$y = ax + b \quad ; \quad a = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2}$$

d) Corrélation linéaire : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$

6. Probabilités :

a) Loi binomiale :

$$\text{Prob}(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad \text{où} \quad C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

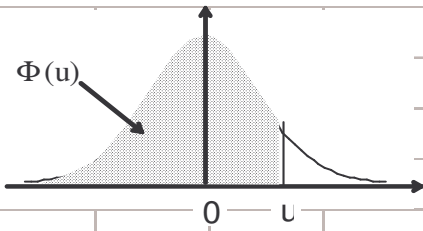
$$E(X) = np \quad ; \quad V(X) = np(1-p)$$

b) Loi de Poisson :

$$\text{Prob}(X = k) = e^{-\lambda} \times \frac{\lambda^k}{k!} \quad ; \quad E(X) = \lambda \quad ; \quad V(X) = \lambda$$

Fonction de répartition de la variable normale centrée réduite

$$\Phi(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$



| u | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |