

CALCUL de la 4^{ème} proportionnelle

Ce chapitre abordera

- comment rechercher une quatrième proportionnelle,
- comment calculer un pourcentage ou une échelle
- comment reconnaître un mouvement uniforme à l'existence d'une relation de proportionnalité entre une durée et une distance parcourue
- comment utiliser cette proportionnalité.

Quatrième proportionnelle

Voici un tableau de proportionnalité :

$$x \frac{6}{14} \curvearrowright \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 15 \\ \hline 14 & 35 \\ \hline \end{array}$$

Le coefficient qui permet de passer de la ligne du bas à celle du haut est :

$$\frac{6}{14}$$

$$\begin{aligned} ? &= 35 \times \frac{6}{14} \\ &= \frac{35 \times 6}{14} \\ &= \frac{210}{14} \\ &= 15 \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 15.

Voici un tableau de proportionnalité :

$$x \frac{3}{5} \curvearrowright \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 6 \\ \hline 3 & 3,6 \\ \hline \end{array}$$

Le coefficient qui permet de passer de la ligne du haut à celle du bas est :

$$\frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} ? &= 6 \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{6 \times 3}{5} \\ &= \frac{18}{5} \\ &= 3,6 \end{aligned}$$

Le nombre cherché est 3,6.

On aurait pu avoir d'autres tableaux de proportionnalité comportant 4 nombres et dans lesquels on aurait eu à chercher le nombre du haut de la 1ère colonne ou le nombre du bas de la 1ère colonne.

Les méthodes de calcul auraient été les mêmes.

Quatrième proportionnelle : propriété

Un tableau de proportionnalité étant donné, si on connaît 3 des nombres du tableau alors on peut toujours déterminer le 4ème.

Ce 4ème nombre est appelé : **quatrième proportionnelle.**

Appliquer un pourcentage : rappel

Calculer les 24% de 2460 g.

Les 24% de 2460 g représentent :

$$\begin{aligned} 2460 \times \frac{24}{100} &= \frac{24 \times 2460}{100} \\ &= \frac{59040}{100} \\ &= \mathbf{590,40} \end{aligned}$$

24% de 2460 g représentent 590,40 g

Calculer un pourcentage

Déterminer un pourcentage revient à écrire une fraction de dénominateur 100.

Dans un collège, parmi les 80 élèves de quatrième, 16 apprennent l'italien. Quel est le pourcentage d'élèves qui apprennent l'italien ?

On peut dire que 16 élèves sur 80 apprennent l'italien, soit la fraction :

$$\begin{aligned} \frac{16}{80} &= 0,20 \\ &= \frac{20}{100} \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \text{20\% des élèves de quatrième apprennent l'italien}$$

Déterminer un pourcentage revient à chercher une quatrième proportionnelle.

Parmi les 25 élèves de 5ème A, 9 ont les yeux bleus. Quel est le pourcentage d'élèves de cette classe qui ont les yeux bleus ?

On peut résumer ce problème dans un tableau de proportionnalité :

nombre total d'élèves	25	100
nombre d'élèves ayant les yeux bleus	9	?

$$\curvearrowright \times \frac{9}{25}$$

$$100 \times \frac{9}{25} = \frac{900}{25}$$

$$= 36$$



36% des élèves de 5^{ème} A ont les yeux bleus.

Echelle : définition

L'échelle d'une carte, d'un plan, est déterminée par le rapport entre :

- la longueur sur la carte
- le plan
- et la longueur réelle associée.

Attention : les deux longueurs doivent être exprimées dans la même unité !

Echelle : remarque

L'échelle sera exprimée généralement par une fraction dont le numérateur ou le dénominateur sera égal à 1.

Calculer une échelle à l'aide d'un rapport

Sur un plan, on a représenté une longueur de 3 m par un segment de 6 cm. Quelle est l'échelle de ce plan ?

Il faut tout d'abord convertir toutes les longueurs dans la même unité :

$$3 \text{ m} = 300 \text{ cm}$$

$$\text{échelle du plan} = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$$

$$= \frac{6}{300}$$

$$= \frac{1}{50}$$



Le plan est à l'échelle 1 / 50.

Calculer une échelle : quatrième proportionnelle

Une mouche mesure en réalité 6 mm.

Sur une photo sa dimension est de 4,2 cm.

Quelle est l'échelle de cette photographie ?



On peut résumer ce problème dans un tableau de proportionnalité :

longueur sur la photo (mm)	42	?
longueur réelle (mm)	6	1

$$\curvearrowright \times \frac{42}{6}$$

$$1 \times \frac{42}{6} = 1 \times 7$$

$$= 7$$



La photo est à l'échelle 7 / 1 (ou tout simplement 7).

Echelle de réduction

Si l'échelle est exprimée par une fraction du type $1 / k$ (avec $k > 1$) il s'agit d'une échelle de réduction.

La longueur sur le plan est alors plus petite que la longueur réelle.

Echelle d'agrandissement

Si l'échelle est exprimée par une fraction du type $k / 1$ (avec $k > 1$) il s'agit d'une échelle d'agrandissement.

La longueur sur le plan est alors plus grande que la longueur réelle.

On notera parfois cette échelle : échelle **k** ou échelle **x k**

Mouvement uniforme : définitions

Un mouvement est uniforme lorsque la distance parcourue est proportionnelle à la durée du parcours.

Le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des durées aux distances s'appelle la « vitesse ».

Mouvement uniforme : remarques et propriété

Un mouvement uniforme est caractérisé par une vitesse constante.

Si un mouvement est uniforme : distance parcourue (d) = vitesse (v) x durée du parcours (t)

Attention aux unités utilisées : pour les longues durées, on utilise les heures, mais si les durées sont assez courtes, on utilisera parfois les minutes.

Mouvement uniforme

Sur un circuit de formule 1, une voiture effectue les 6 km de la boucle en 2 min.



Son mouvement étant uniforme, quelle est sa vitesse en km/h ?

La vitesse est donnée par la distance parcourue en 1 h ou 60 min.

On peut résumer ce problème dans un tableau de proportionnalité :

distance parcourue (km)	6	?
durée du parcours (min)	2	60

} $\times \frac{6}{2}$

$$60 \times \frac{6}{2} = 60 \times 3$$

$$= 180$$



La vitesse est donc de 180 km/h.